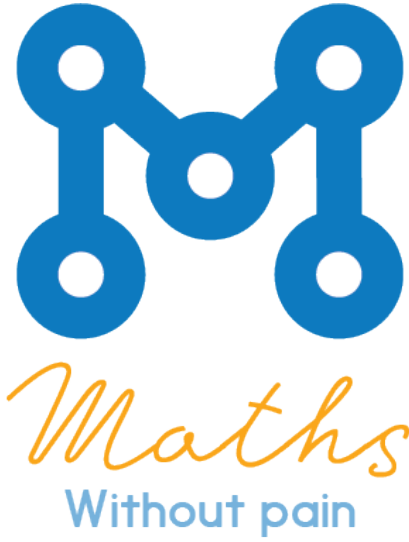


الطريق الى البكالوريا

عدد التمارين : 82

الشعب : علوم تجريبية - رياضيات - تقني رياضي

الأستاذ مرنيذ وليد



Pratiquiez, pratiquiez, pratiquiez

Pratiquiez autant que possible.

La seule façon de vraiment apprendre à résoudre des problèmes est d'en faire.

آخر تحديث : 30 نوفمبر 2021

السنة الدراسية

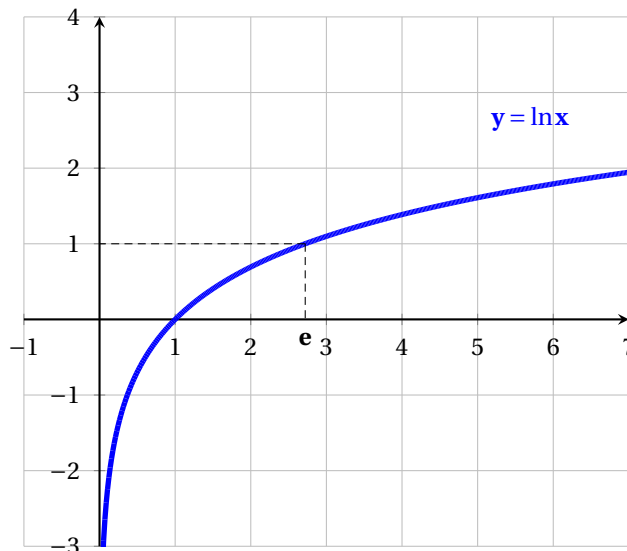
2022 - 2021

المحتويات

2	I	بطاقة تعريفية للدالة اللوغاريتمية النيبيرية
4	II	تمارين تدريبية
15	III	مواضيع بكالوريات جزائرية
16	1	شعبة علوم تجريبية
27	2	شعبة تقني رياضي
37	3	شعبة رياضيات
46	IV	مواضيع بكالوريات أجنبية
54	V	مواضيع بكالوريات تجريبية لمدارس اشيال الامة
55	4	شعبة علوم تجريبية
59	5	شعبة رياضيات

القسم 1

بطاقة تعريفية للدالة اللوغاريتمية النيبيرية



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0 \quad \blacksquare$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1 \quad \blacksquare$$

و من اجل كل $n \in \mathbb{N}^*$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0 \quad \blacksquare$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x = 0 \quad \blacksquare$$

◀ مشتقة الدالة اللوغاريتمية النيبيرية

$$f(x) = \ln(e^x + e^{-x}) : \text{مثال} \quad (\ln u)' = \frac{u'}{u} \quad \blacksquare$$

$$f'(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

◀ كوحل معادلات و متراجحات

من اجل كل $a, b > 0$ \blacksquare

$$a = b \quad \text{يكافئ} \quad \ln a = \ln b$$

تغيير المتغير : الاكثر الاستعمالا بوضع \blacksquare

$$X = \ln x$$

الهدف هو التحول من معادلة تتضمن لوغاريتم الى معادلة بسيطة (معادلة من الدرجة الثانية، ...)

من اجل كل $a, b > 0$ \blacksquare

$$a \geq b \quad \text{يكافئ} \quad \ln a \geq \ln b$$

(الدالة اللوغاريتمية متزايدة تماما على $]0; +\infty[$)

◀ الخواص الجبرية للدالة اللوغاريتمية النيبيرية

$$\ln e = 1 \quad , \quad \ln 1 = 0 \quad \blacksquare$$

من اجل كل عدد حقيقي $a > 0$ و $b > 0$:

$$\ln ab = \ln a + \ln b \quad \blacksquare$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b \quad \blacksquare$$

حالة خاصة :

من اجل كل a من $]0; +\infty[$ ،

$$\ln \frac{1}{a} = -\ln a \quad \blacksquare$$

من اجل كل $a \in]0; +\infty[$ و من اجل كل $x \in \mathbb{R}$

$$a^x = e^{x \ln a} \quad ; \quad \ln(a^x) = x \ln a \quad \blacksquare$$

من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ و من اجل كل $y \in]0; +\infty[$ ،

$$y = e^x \quad \text{يكافئ} \quad x = \ln y \quad \blacksquare$$

من اجل كل عدد حقيقي $x > 0$ و $a > 0$:

$$\log_a(x) = \frac{\ln x}{\ln a} \quad \blacksquare$$

◀ النهايات الشهيرة للدالة اللوغاريتمية النيبيرية

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \quad \blacksquare$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty \quad \blacksquare$$

التزايد المقارن

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \quad \blacksquare$$

...

القسم II

تمارين تدريبية

رموز مفاتيحية

🏠 تمارين للتدرب في المنزل

👁 فكرة تستحق المحاولة

📝 تمارين للتدرب تتضمن افكار اساسية

🎯 تمارين للتعمق

التمرين رقم 1:



بسط العبارات التالية:

$$\begin{array}{ll}
 e^{2\ln 5} \blacksquare & \ln 6 - \ln 2 \blacksquare \\
 e^{-\ln 3} \blacksquare & \ln(e^2) \blacksquare \\
 \ln \sqrt{e} \blacksquare & \ln\left(\frac{1}{e^x}\right) \blacksquare \\
 \ln(e^{-x}) \blacksquare & e^{\ln 4} \blacksquare
 \end{array}$$

التمرين رقم 2:



احسب النهايات التالية:

$$\begin{array}{ll}
 \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+2)}{x} \blacksquare & \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \ln x) \blacksquare \\
 \lim_{x \rightarrow +\infty} 2\ln x - \ln(x+1) \blacksquare & \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + 3x - \ln(1-2x) \blacksquare \\
 \lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e} \blacksquare & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2 + 1)}{x} \blacksquare \\
 \lim_{x \rightarrow +\infty} [(\ln x)^2 - \ln x + 3] \blacksquare & \lim_{x \geq 0} (x+2) \ln x \blacksquare \\
 \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^n}{x} \blacksquare & \lim_{x \geq \frac{1}{2}} \frac{1}{2x-1} + \ln(2x-1) \blacksquare \\
 \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(e^{2x} - e^x + 1) \blacksquare &
 \end{array}$$

التمرين رقم 3:

باستعمال النظريات على المشتقات احسب الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة من الحالات التالية:

$$\begin{array}{ll}
 f(x) = e^{-x} \ln x \quad (5) & f(x) = \ln(1+x^2) \quad (1) \\
 f(x) = e^{x \ln x} \quad (6) & f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \quad (2) \\
 f(x) = \ln(1+e^x) \quad (7) & f(x) = \ln(\ln x) \quad (3) \\
 f(x) = \ln(e^{2x} - e^x + 1) \quad (8) & f(x) = \frac{\ln(x+1)}{\ln x} \quad (4)
 \end{array}$$

التمرين رقم 4:

(1) حل في \mathbb{R} المعادلات التالية:

$$\ln x - 1 = 0 \quad \blacksquare$$

$$\ln x(\ln x - 1) = 0 \quad \blacksquare$$

$$\frac{2 - \ln x}{1 + \ln x} = 0 \quad \blacksquare$$

$$(\ln x)^2 - \ln x - 6 = 0 \quad \blacksquare$$

(2) حل في \mathbb{R} المتراجحات التالية:

$$\ln x \geq 1 \quad \blacksquare$$

$$\ln(x+1) \leq 0 \quad \blacksquare$$

$$\ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right) \leq 1 \quad \blacksquare$$

$$\ln(x^2 - 2x) \leq \ln(4x - 5) \quad \blacksquare$$

$$\ln|x^2 - 1| \leq 0 \quad \blacksquare$$

$$\ln|x^2 - 1| = 0 \quad \blacksquare$$

$$2(\ln x)^3 - 7(\ln x)^2 + 3\ln x = 0 \quad \blacksquare$$

$$\ln|2x+1| + \ln|x-1| = \ln 2 \quad \blacksquare$$

$$\ln|e^{2x} - 1| = x \quad \blacksquare$$

$$(\ln x)^2 - \ln x \geq 0 \quad \blacksquare$$

$$(\ln x + 1)(\ln x - 1) > 0 \quad \blacksquare$$

$$\frac{2 - \ln x}{1 + \ln x} < 0 \quad \blacksquare$$

$$2(\ln x)^3 - 7(\ln x)^2 + 3\ln x > 0 \quad \blacksquare$$

التمرين رقم 5:

(I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln(x)$.(1) ادرس تغيرات الدالة g و احسب $g(1)$.(2) استنتج انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $g(x) > 0$.(II) f دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = x + \frac{2\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.(ب) بين ان المنحنى (C_f) يقبل المستقيم (D) ذا المعادلة $y = x$ مقاربا مائلا له عند $+\infty$.(ج) حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (D) .(2) (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; \infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.(3) (ا) بين انه يوجد مماس وحيد (Δ) للمنحنى (C_f) ، موازيا للمستقيم (D) .(ب) اكتب معادلة (Δ) .(ج) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث $\frac{1}{2} < \alpha < 1$.(د) انشئ المستقيمين (Δ) و (D) و المنحنى (C_f) .(هـ) ناقش بيانيا ، حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $mx - 2\ln(x) = 0$.

التمرين رقم 6:



(I) g هي الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي: $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$

(1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) (I) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا على المجال $]0; +\infty[$ حلا وحيدا α حيث $1.5 < \alpha < 2$

(ب) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{\ln x}{x^2 + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس ($\vec{i}; \vec{j}$; O).

(1) (I) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسيا.

(ب) عبر عن $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ و استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين ان $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$ و استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

(3) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(4) ارسم (Δ) و (C_f)

(5) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = \frac{1}{2}x + m$

(III) h هي الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي: $h(x) = \frac{|\ln x|}{x^2 + 1}$

اشرح كيف يمكن رسم (C_h) منحنى الدالة h اعتمادا على (C_f) ، ثم ارسم (C_h).

التمرين رقم 7:



f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ ، نسمي (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس ($\vec{i}; \vec{j}$; O). (وحدة الطول 2cm).

(1) (I) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وفسر النتيجةين بيانيا.

(ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$

(ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(2) (I) بين ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف E يطلب تعيين احداثيها.

(ب) اكتب معادلة المماس (D) للمنحنى (C) الذي يشمل المبدأ O .

(3) ارسم (Δ) ، (D) و (C).

(4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m ، عدد حلول المعادلة $m^x = x$



التمرين رقم 8:



(I) الدالة العددية g معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 1 - x^2 - \ln x$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

(2) احسب $g(1)$ ثم استنتج تبعا لقيم x اشارة $g(x)$.

(II) الدالة العددية f معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$

(1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) (ا) بين انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$ فان: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) (ا) بين ان المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

(ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (D) .

بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 1 - \frac{1}{e}$ يمس المنحنى في نقطة A يطلب تعيين احداثيتها.

(4) ارسم (Δ) ، (D) و C_f .

التمرين رقم 9:



نعتبر الدالة العددية f المعرفة \mathbb{R} كمايلي: $f(x) = \frac{1}{2}x + \ln(1 + e^{-x})$.
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بين انه يمكن كتابة $f(x)$ ، على الشكل: $f(x) = -\frac{1}{2}x + \ln(1 + e^x)$

(2) برهن ان الدالة f زوجية.

(3) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(4) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(5) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') يطلب تعيين معادلتيهما.

(6) ارسم (Δ) ، (Δ') و (C_f) .

(7) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ: $g(x) = \ln\left(\frac{x+1}{\sqrt{x}}\right)$

(ا) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1; +\infty[$ ، $g(x) = f(\ln x)$

- استنتج اتجاه تغير الدالة g

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة g

التمرين رقم 10:



- (I) لتكن الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = 2x - 1 - \ln x$
- (1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
 - (2) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$
 - (3) تحقق ان $g(1) = 1$ و بين ان المعادلة $g(x) = 1$ تقبل حلا اخر α حيث $0.1 < \alpha < 0.3$
- (II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = x^2 - x \ln x$ و $f(0) = 0$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- (1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$ و فسر النتيجة هندسيا.
(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - (2) (ا) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$
(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
(ج) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها.
(د) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا.
 - (3) (ا) اثبت ان $f(x) = x[g(x) - x + 1]$ ، ثم احسب $f(\alpha)$
(ب) اعط حصر $f(\alpha)$
 - (4) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') ميلهما يساوي 1 ، يطلب كتابة معادلة كل منهما.
 - (5) ارسم (T) ، (T') و المنحنى (C_f) .

التمرين رقم 11:



- لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R}^* بالعبارة: $f(x) = 1 - \frac{\ln x^2}{x}$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- (1) ادرس تغيرات الدالة f
 - (2) اثبت ان المنحنى (C_f) يقطع المستقيم $y = 1$: (Δ) في نقطتين يطلب تعيين احداثياتهما.
 - (3) احسب $f(-x) + f(x)$ ، ماذا تستنتج؟
 - (4) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]-0.71; -0.70[$
 - (5) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يشمل النقطة $A(0; 1)$ و يمس المنحنى (C_f) في نقطتين يطلب حساب احداثيات كل منهما، اكتب معادلة المماس (T)
 - (6) ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f)
 - (7) ناقش بيانيا، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = mx + 1$

$$(8) \text{ الدالة العددية للمتغير الحقيقي } x \text{ حيث: } h(x) = 1 + \frac{\ln x^2}{|x|}$$

(أ) بين ان h دالة زوجية.

(ب) دون دراسة تغيرات h ، ارسم (C_h) ، علل ذلك.

التمرين رقم 12:



$$\text{الدالة المعرفة على المجال }]0; +\infty[\text{ كمايلي: } f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$$

$$(C) \text{ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس } (O; \vec{i}; \vec{j})$$

(1) احسب نهاية الدالة f عند 0 و عند $+\infty$ وفسر النتيجةين هندسيا.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الترتيب 0.

(4) بين ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف w يطلب تعيين احداثياتها.

(5) بين ان المنحنى (C) يقطع المستقيم (d) اذا المعادلة $y = \frac{1}{2}$ في نقطتين فاصلتهما α و β حيث :
 $0.4 < \alpha < 0.5$ و $5.3 < \beta < 5.4$

(6) ارسم كلا من (T) و (C) .

$$\text{نعتبر الدالة } g \text{ المعرفة على } \mathbb{R}^* \text{ كمايلي: } g(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x^2}{2x}$$

وليكن (γ) منحناها البياني في المعلم السابق.

(1) بين ان الدالة g فردية.

(2) بين ان $g(x) = f(x)$ على مجال يطلب تحديده.

(3) دون دراسة الدالة g شكل جدول تغيراتها.

(4) اعتمادا على المنحنى (C) ، اشرح كيفية رسم المنحنى (γ) ، ثم ارسمه.

التمرين رقم 13:



f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = x \ln \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) & x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = \ln \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) - \frac{2}{x^2 + 1}$

- (1) بين انه، من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $g'(x) = \frac{2(x^2-1)}{x(x^2+1)^2}$
- (2) ادرس اشارة $g'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة g
- (3) برهن ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.5 < \alpha < 0.6$
- (4) حدد اشارة $g(x)$
- (II) (1) (ا) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$
 (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$
- (2) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} x f(x)$ ، يمكن وضع $t = \frac{1}{x^2}$
 (ب) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- (3) (ا) بين انه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = x \ln(x^2 + 1) - 2x \ln x$
 (ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
 (ج) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0
- (4) انشئ جدول تغيرات الدالة f ، ثم ارسم (C) . نأخذ $f(\alpha) \approx 0.8$

التمرين رقم 14:



- (I) g هي الدالة المعرفة على $] -1; 3[$ كمايلي : $g(x) = 2 \ln(x+1) - \frac{x}{x+1}$
- (1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها
- (2) بين ان المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلين احدهما معدوم و الاخر α يحقق $-0.8 < \alpha < -0.7$
- (3) عين ، حسب قيم x اشارة $g(x)$
- (4) h هي الدالة المعرفة على المجال $] -1; 3[$ ب : $h(x) = [g(x)]^2$
- (ا) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$
- (ب) عين اشارة $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h .
- (II) f هي الدالة المعرفة على المجال $] -1; 3[$ كمايلي :

$$u(x) = \begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{\ln(x+1)} & x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(\vec{i}; \vec{j}; O)$.

- (1) بين ان الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0، ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.
- (2) (ا) بين انه من اجل كل x من $] -1; 0[\cup] 0; 3[$ ، $f'(x) = \frac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f
 (ب) بين ان: $f(\alpha) = 2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$
 (ج) احسب $f(3)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
- (3) (ا) بين انه من اجل كل x من المجال $] -1; 3[$ فان : $x - \ln(x+1) \geq 0$
 (ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المماس (T)

- (4) عين معادلة للمستقيم (T') الموازي لـ (T) و الذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3.
 (5) ارسم (T) ، (T') و (C_f)
 (6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

التمرين رقم 15:



(I) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بالعلاقة: $g(x) = \ln(1 + e^{-x}) - \frac{1}{1 + e^x}$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

(II) لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بالشكل: $f(x) = e^x \ln(2 + e^{-x})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (يمكن وضع $t = \frac{1}{e^x}$)

(2) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -xe^x + e^x \ln(1 + e^x)$

- استنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

- استنتج مجموعة صور \mathbb{R} بواسطة الدالة f

(4) بين ان المعادلة: $f(x) = \frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا α .

(5) ارسم (C_f) منحنى الدالة f في مستو مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $e^x \ln(1 + e^{-x}) - m = 0$

التمرين رقم 16:



لتكن f الدالة العددية المعرفة بمايلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\ln x}{1 - \ln x} & x \in]0; e[\cup]e; +\infty[\\ f(0) = -1 \end{cases}$$

نسعي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بين ان $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1$ (يمكن وضع $t = \ln x$) ثم ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليمين.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) بين ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(3) (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $x \in]0; e[\cup]e; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{1}{x(1 - \ln x)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(5) بين انه من اجل $x \in]0; e[\cup]e; +\infty[$ ، $f''(x) = \frac{1 + \ln x}{x^2(1 - \ln x)^3}$ ، ثم استنتج ان المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

(6) احسب $f(4)$ ارسم (T) و (C_f)

(7) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-e; e\}$ ب: $g(x) = f(|x|)$

(ا) بين ان الدالة g زوجية.

(ب) اشرح كيفية الحصول على (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_g)

التمرين رقم 17:



f دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x} & x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(\vec{i}; \vec{j}; \vec{O})$. (الوحدة 1cm)

(1) ادرس استمرارية الدالة f عند العدد 0

(2) (ا) ادرس اتجاه تغيرا الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = \ln(1+x) - \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}\right)$

(ب) احسب $g(0)$ ثم استنتج انه من اجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $\ln(1+x) \leq x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$

(ج) بطريقة مماثلة بين انه اذا كان $x \geq 0$ فان : $\ln(1+x) \geq x - \frac{x^2}{2}$

(د) تحقق انه اذا كان $x > 0$ فان : $-\frac{1}{2} \leq \frac{\ln(1+x) - x}{x^2} \leq -\frac{1}{2} + \frac{x}{3}$

(هـ) استنتج ان f قابلة للاشتقاق عند العدد 0 وان : $f'(x) = -\frac{1}{2}$

(3) لتكن h الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $h(x) = \frac{x}{x+1} - \ln(1+x)$

(ا) ادرس اتجاه تغير الدالة h و استنتج اشارتها على المجال $]0; +\infty[$

(ب) بين انه من اجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ لدينا : $f'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$ ، واستنتج اتجاه تغير الدالة f .

(ج) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ ثم شكل جدول تغيراتها. (نقبل ان : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)

(4) ارسم المنحني (C).

التمرين رقم 18:



لتكن f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{1 + \log_{\frac{1}{2}}(x)}{x}$. وليكن (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (الوحدة 1cm)

1. (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيا. (نقبل ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)

2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. عين نقاط تقاطع المنحنى (C) مع محور الفواصل.

4. ارسم (C) .

القسم III

مواضيع بكالوريات جزائرية

1

شعبة علوم تجريبية

Ce n'est pas que je suis si intelligent, c'est que je reste plus longtemps avec les problèmes.

Albert Einstein

التمرين رقم 19:

علوم تجريبية - 2021 - الموضوع الأول (07 نقاط) | ©

(I) الدالة العددية g معرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = 2x^3 - 2x^2 + 3x - 2$

(1) بين ان الدالة g متزايدة تماما على \mathbb{R}

(2) (ا) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق: $0.7 < \alpha < 0.8$

(ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$.

(II) الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = 2x - 1 + \ln(1 + \frac{1-x}{x^2})$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (ا) بين ان: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x^2 - x + 1)}$

(ب) استنتج ان f متزايدة تماما على كل من $]-\infty; 0[$ و $]0; +\infty[$ و متناقصة تماما على $]0; \alpha]$

(ج) شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة الى (Δ)

- (4) بين ان (C) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) في النقطة A ذات الفاصلة 2 ثم اكتب معادلة له
 (5) بين ان (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها تحقق : $-0.5 < \beta < -0.4$
 (6) ارسم (Δ) ، (T) و المنحنى (C). (ناخذ : $f(a) \approx 0.87$)

التمرين رقم 20:

علوم تجريبية - 2020 - الموضوع الأول (07 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x^2}$
 (C_f) التمثيل البياني لـ f في مستو منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (تؤخذ وحدة الطول 2cm)

1. (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ثم بين ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(ب) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

(ج) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

2. الدالة العددية g معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^3 - 1 + 2 \ln x$

(أ) بين ان g متزايدة تماما على $]0; +\infty[$

(ب) احسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0; +\infty[$

3. (أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4. بين ان التمثيل البياني (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) ، ويطلب تعيين معادلة له.

5. انشئ (T) ، (Δ) و (C_f)

6. الدالة العددية h معرفة على $]-\infty; 0[\cap]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = -|x| + 1 + \frac{\ln|x|}{x^2}$

(أ) بين ان h دالة زوجية

(ب) اشرح كيف يتم انشاء المنحنى (C_h) الممثل للدالة h انطلاقا من (C_f). (لا يطلب انشاء (C_h))

التمرين رقم 21:

علوم تجريبية - 2019 - الموضوع الأول (07 نقاط)

الدالة العددية المعرفة على $]0; 2[\cup]2; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1}{x-2} + \ln x$
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتائج بيانيا.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2 ادرس اتجاه تغير الدالة f على $]0; 2[\cup]2; +\infty[$ وشكل جدول تغيراتها.

3 نسي (Γ) المنحنى البياني للدالة اللوغاريتمية النيبيرية "ln" في المعلم السابق.

(أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المنحنى (Γ)

(4) ارسم بعناية المنحنى (Γ) ثم المنحنى (C_f)

(5) الدالة المعرفة على المجال $]3; +\infty[$ بـ: $H(x) = \int_3^x \ln(t) dt$ حيث t متغير حقيقي موجب تماما.

(أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، عين عبارة $H(x)$ بدلالة x

(ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين ذوي المعادلتين:

$$x=4 \text{ و } x=3$$

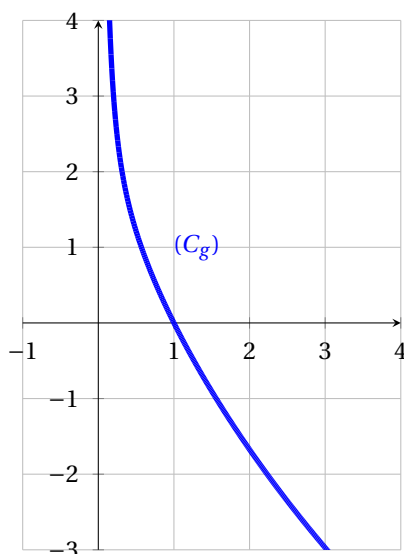
(6) الدالة المعرفة على $]0; -1[\cup]-1; -\infty[$ بـ: $g(x) = f(-2x)$

دون حساب عبارة $g(x)$ حدد اتجاه تغير الدالة g على مجموعة تعريفها.

التمرين رقم 22:

🏠 علوم تجريبية - 2018 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

(أ) الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - \ln x - 1$ و (C_g) المنحنى البياني الممثل لها كما هو مبين في الشكل المقابل:



- احسب $g(1)$ ثم استنتج بيانيا إشارة $g(x)$.

(II) الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1 + \ln x}{1 + x \ln x}$ تمثيلها البياني في مستو منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وبين ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2) (أ) بين انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(1 + x \ln x)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

(3) بين ان $y = \left(\frac{e^2}{e-1} x - \frac{e}{e-1} \right)$ هي معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع حامل محور الفواصل، ثم ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f)

(4) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $(e-1)f(x) = e^2x - me$ حلين متمايزين

(III) n عدد طبيعي حيث $n > 1$ ، I_n مساحة الحيز من المستوي المحدد بحامل محور الفواصل و المنحنى (C_f) و المستقيمين اللذين معالتهما $x = n$ و $x = 1$

(ا) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n > 1$ $I_n = \ln(1 + n \ln n)$

(ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (I_n)

التمرين رقم 23:

🏠 علوم تجريبية - 2017 - الدورة الاستثنائية، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(I) نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{1+2\ln(2x+1)}{(2x+1)^2}$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2) (ا) بين ان: من اجل كل x من $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{-8\ln(2x+1)}{(2x+1)^3}$ ، (ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) حل في المجال $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ المعادلة $f(x) = 0$ ، ثم استنتج اشارة $f(x)$.

(4) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين احداثيها، ثم انشئ (C_f) .

(II) لتكن الدالة g المعرفة على $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ كمايلي: $g(x) = 2[-x + \ln(2x+1)]$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

(ب) بين ان للمعادلة $g(x) = 0$ حلين احدهما معدوم و الاخر α حيث: $1.2 < \alpha < 1.3$

(ج) استنتج اشارة $g(x)$.

(2) نضع من اجل كل عدد طبيعي n اكبر تماما من 1: $I_n = \int_n^{n+1} f(x) dx$

- اثبت ان: من اجل كل $x \geq \frac{3}{2}$ ، $0 < f(x) < \frac{1}{2x+1}$ ، ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} I_n$

التمرين رقم 24:

🏠 علوم تجريبية - 2017 - الموضوع الأول (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على D حيث $D =]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{2}{3}x + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ ، (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين ان الدالة f فردية ثم فسر ذلك بيانيا.

(2) احسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

استنتج ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور الترتيب.

(3) (ا) بين انه من اجل كل x من D ، $f'(x) = \frac{2}{3} \left(\frac{x^2+2}{x^2-1} \right)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.8 < \alpha < 1.9$.

(5) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = \frac{2}{3}x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .

(6) انشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

(7) m وسيط حقيقي، ناقش بيانها حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(2-3|m)x + 3\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 0$

التمرين رقم 25:

علوم تجريبية - 2016 - الموضوع الأول (07 نقاط)

(I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ بـ $g(x) = -1 + (x+1)e + 2\ln(x+1)$ (حيث العدد e هو اساس اللوغاريتم النيبيري).

(1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين ان للمعادلة $g(x) = 0$ حلا وحيدا α حيث: $-0.34 < \alpha < -0.33$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $] -1; +\infty[$.

(II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{e}{x+1} + \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) (أ) بين ان $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$ و احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

(ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $] -1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{(x+1)^3}$. (f' هي مشتقة الدالة f).

(ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $] -1; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(د) ارسم المنحنى (C_f) (نقبل ان: $f(\alpha) \approx 3.16$)

(2) (أ) بين ان الدالة: $x \mapsto \frac{-1}{x+1} [1 + \ln(x+1)]$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$

(ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x=0$ و $x=1$

(3) نعتبر الدالة العددية k المعرفة على $] -1; 1[$ بـ $k(x) = f(-|x|)$ و (C_k) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

(أ) بين ان الدالة k زوجية.

(ب) بين كيف يمكن استنتاج المنحنى (C_k) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم ارسمه (دون دراسة تغيرات الدالة k).

(ج) ناقش بيانها حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $k(x) = m$

التمرين رقم 26:

© | علوم تجريبية - 2016 - الموضوع الاول (06.5 نقطة)

(I) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ $g(x) = x^2 + 1 - \ln x$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

(2) احسب $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ثم بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $g(x) > 0$.

(II) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{\ln x}{x} + x - 1$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

(2) (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها 1.

(4) (ا) بين ان (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) حيث: $y = x - 1$ معادلة له.

(ب) ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (Δ)

(5) ارسم المستقيمين (T) و (Δ) ثم المنحنى (C)

(6) (ا) m عدد حقيقي. (Δ_m) المستقيم حيث: $y = mx - m$ معادلة له.

(ب) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و حلول المعادلة: $f(x) = mx - m$

(7) (ا) جد دالة اصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$

(ب) احسب I_n مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) ، المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معالتهما:

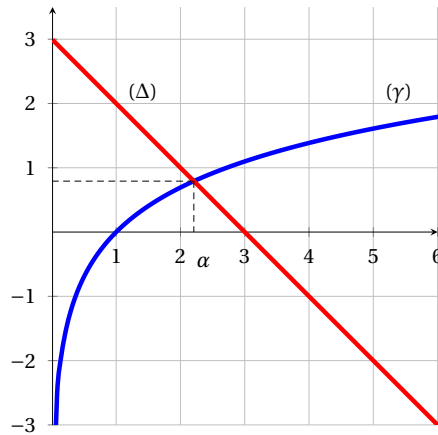
$x = 1$ و $x = n$ حيث n عدد طبيعي $(n > 1)$.

(ج) عين اصغر عدد طبيعي n_0 بحيث اذا كان $n > n_0$ فان: $I_n > 2$

التمرين رقم 27:

🏠 علوم تجريبية - 2015 - دورة جوان، الموضوع الاول (06.5 نقطة)

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.



(I) (γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = -x + 3$ ، α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ)

(1) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة الى (Δ) على $]0; +\infty[$

(2) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x - 3 + \ln x$

استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$

(3) تحقق ان: $2.2 < \alpha < 2.3$

(II) f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = (1 - \frac{1}{x})(\ln x - 2)$ و (C_f) تمثيلها البياني.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(2) اثبت انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) بين انه: $f(\alpha) = \frac{-(\alpha - 1)^2}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

(4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى حامل محور الفواصل، ثم انشئ (C_f) على المجال $]0; e^2]$

(III) F الدالة الاصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$ و التي تحقق: $F(1) = -3$

(1) بين أن منحنى الدالة F يقبل مماسين موازيين لحامل محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين فاصلتهما.

(2) بين ان $x \mapsto x \ln x - x$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على $]0; +\infty[$ ، ثم استنتج عبارة الدالة F

التمرين رقم 28:

🏠 علوم تجريبية - 2014 - دورة جوان، الموضوع الاول (06 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = 1 + \frac{2 \ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى

المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (I) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، فسر النتيجةن هندسيا.

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) (ا) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = 1$

(ب) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

(ج) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]0; 1[$ حلا وحيدا α ، حيث $e^{-0.4} < \alpha < e^{-0.3}$

(3) انشئ (T) و (C_f)

(4) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كمايلي: $h(x) = 1 + \frac{2\ln|x|}{|x|}$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق

(ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $h(x) - h(-x) = 0$ ماذا تستنتج؟

(ب) انشئ المنحنى (C_h) اعتمادا على المنحنى (C_f) .

(ج) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $\ln x^2 = (m-1)|x|$.

التمرين رقم 29:

🏠 علوم تجريبية - 2013 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(ا) الدالة المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ ب: $g(x) = x^2 + 2x + 4 - 2\ln(x+1)$

(1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) استنتج انه من اجل كل x من المجال $] -1; +\infty[$ ، $g(x) > 0$.

(II) الدالة المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ ب: $f(x) = x - \frac{1 - 2\ln(x+1)}{x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$).

(1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$. فسر النتيجة بيانيا.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) (ا) بين انه من اجل كل x من $] -1; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ، حيث f' هي مشتقة الدالة f .

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $] -1; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(ج) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $] -1; +\infty[$ ، ثم تحقق ان $0 < \alpha < 0.5$

(3) (ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (Δ)

(4) نقبل ان المستقيم (T) ذا المعادلة: $y = x + \frac{2}{\sqrt{e^3}}$ ، مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0

(ا) احسب x_0 .

(ب) ارسم المستقيمين المقاربين و المماس (T) ثم المنحنى (C_f) .

(ج) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m ، بحيث تقبل المعادلة $f(x) = x + m$ حلين متمايزين.

التمرين رقم 30:

🏠 علوم تجريبية - 2012 - دورة جوان. الموضوع الأول (07 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $] -\infty; 0[$ كمايلي: $f(x) = x + 5 + 6\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $] -\infty; 0[$ ، $f'(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x(x-1)}$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

(3) (ا) بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلة له: $y = x + 5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

(ب) ادرس وضع المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

(4) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $-3.5 < \alpha < -3.4$ و $-1.1 < \beta < -1$

(5) انشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

(6) (ا) نعتبر النقطتين $A\left(-1; 3 + 6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ و $B\left(-2; \frac{5}{2} + 6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$

(ب) بين ان $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} + 6\ln\frac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB) .

(ج) بين ان المستقيم (AB) يمس المنحنى (C_f) في نقطة M_0 يطلب تعيين احداثيتها.

(7) لتكن g الدالة المعرفة على $] -\infty; 0[$ كمايلي: $g(x) = \frac{x^2}{2} + 5x + 6x\ln\left(\frac{x}{x-1}\right) + 6\ln(1-x)$ ، بين ان g دالة اصلية للدالة f على المجال $] -\infty; 0[$.

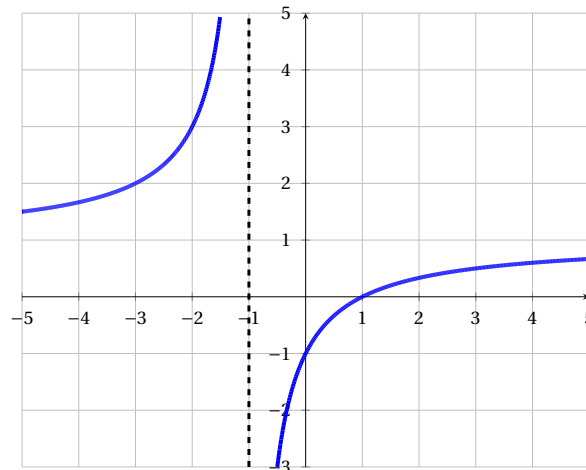
التمرين رقم 31:

🏠 علوم تجريبية - 2011 - دورة جوان. الموضوع الأول (07 نقاط)

(1) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$: $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$

و (C_g) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس

$(O; \vec{i}; \vec{j})$ (الشكل المقابل)، بقراءة بيانية:



(ا) شكل جدول تغيرات الدالة g

(ب) حل بيانيا المتراجحة $g(x) > 0$

(ج) عين بيانيا قيم x التي يكون من اجلها $0 < g(x) < 1$

(II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ ثم فسر النتيجةين هندسيا.

(2) (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1; +\infty[$ ، $g'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$ ،

(ب) احسب $f'(x)$ و ادرس اشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) (ا) باستعمال الجزء (ا) السؤال ج-، عين اشارة العبارة $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ على المجال $]1; +\infty[$

(ب) α عدد حقيقي.

بين ان الدالة $x \mapsto (x-\alpha) \ln(x-\alpha) - x$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \ln(x-\alpha)$ على المجال $] \alpha; +\infty[$

(ج) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1; +\infty[$ ، $g(x) = 1 - \frac{2}{x+1}$ ثم عين دالة اصلية للدالة f

على المجال $]1; +\infty[$.

التمرين رقم 32:

علوم تجريبية - 2010 - دورة جوان، الموضوع الأول (10 نقاط)

(I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$ ب: $f(x) = 1 + \ln(2x-1)$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} h(x)$

(2) بين ان الدالة f متزايدة تماما على المجال I ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) عين فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y = x$

(4) (ا) اثبت انه من اجل كل x من I يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x) = \ln(x+a) + b$ حيث: a ، b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

(ب) استنتج انه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة اللوغاريتمية التيبيرية \ln ثم ارسم (C) و (C_f)

(II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال I ب: $g(x) = f(x) - x$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ثم بين ان $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} g(x) = -\infty$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على I ثم شكل جدول تغيراتها

(3) (ا) احسب $g(1)$ ثم بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $\left] \frac{3}{2}; +\infty \right[$ حلا وحيدا α .
تحقق ان $2 < \alpha < 3$

(ب) ارسم (C_g) منحنى الدالة g على المجال $\left] \frac{1}{2}; 5 \right[$ في المعلم السابق.

(4) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال I ثم حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (d)

(5) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1; \alpha[$ فان: $f(x)$ ينتمي الى المجال $]1; \alpha[$

$$(III) \text{ نسبي } (U_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N}^* \text{ كماياتي: } u_n = f\left(1 + \frac{1}{2n}\right)$$

(أ) عين قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $u_n = 1 + 2\ln 3 - 3\ln 2$

(ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

التمرين رقم 33:

🏠 علوم تجريبية - 2009 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

الجزء الأول:

h دالة عددية معرفة على $]-1; +\infty[$ كمايلي: $h(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1^+} h(x)$.

(2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1; +\infty[$: $h'(x) = \frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة h ثم انجز جدول تغيراتها.

(3) احسب $h(0)$ و استنتج اشارة $h(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني: لتكن f دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$ نسبي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

(ب) باستخدام النتيجة $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t} = +\infty$ ، برهن ان $\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{\ln u}{u} = 0$

(ج) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(د) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$ و استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)

(هـ) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم المقارب المائل

(2) بين انه من اجل كل x من المجال $]-1; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) بين ان المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3.3 و 3.4

(4) ارسم (C_f)

(5) احسب مساحة الحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C_f) و المستقيمت التي معادلاتها:

$$y = x - 1, \quad x = 0, \quad x = 1$$

2

شعبة تقني رياضي

التمرين رقم 34:

🏠 | تقني رياضي - 2021 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(I) الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 2\ln x - 1 - \frac{1}{x^2}$

(1) بين ان الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$

(2) (ا) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.89 < \alpha < 1.90$

(ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب تماما x اشارة $g(x)$

(II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = -x - 2 + \frac{3 + 2\ln x}{x}$

(C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

(1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) (ا) بين انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{1}{x^2} g\left(\frac{1}{x}\right)$

(ب) بين ان الدالة f متزايدة تماما على المجال $\left]0; \frac{1}{\alpha}\right]$ ومتناقصة تماما على المجال $\left[\frac{1}{\alpha}; +\infty\right[$

(ج) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x - 2)]$ ثم استنتج ان (C) يقبل مستقيم مقاربا (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة الى (Δ)

(4) بين ان (C) يقبل نقطة انعطاف A فاصلتها 1 ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C) عند A

(5) ارسم (T) ، (Δ) و (C)

(ناخذ : $\frac{1}{\alpha} \approx 0.53$ و $f(\frac{1}{\alpha}) \approx 0.73$)(6) الدالة h معرفة على \mathbb{R}^* بـ : $h(x) = |x| + 2 - \frac{3 + \ln(x^2)}{|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق(ا) بين ان الدالة h زوجية.(ب) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $h(x) = -f(x)$ (ج) اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C) ثم ارسمه.

التمرين رقم 35:

🏠 | تقني رياضي - 2020 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

(I) الدالة العددية g معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = -1 + x + 2 \ln x$ (1) ادرس اتجاه تغير الدالة g (2) احسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0; +\infty[$ (II) الدالة العددية f معرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{-2 + (x-2) \ln x}{x}$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (2) (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ (ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المنحنى (Γ) (3) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β ، ثم تحقق ان : $0.5 < \alpha < 0.6$ و $2.9 < \beta < 3$ (4) ارسم (Γ) ثم (C_f) .

التمرين رقم 36:

🏠 | تقني رياضي - 2019 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(I) الدالة المعرفة و المتزايدة تماما على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = (x+1)(x+e) - e(x \ln x)$ احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$ (II) الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \ln(x+1) + \frac{e \ln x}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم بين ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (ب) بين انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^2}$ (ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

- (2) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1
- (3) (ا) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A فاصلتها α
 (ب) تحقق ان : $0.7 < \alpha < 0.8$
- (4) (Γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$ على المجال $]0; +\infty[$
 (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln(x+1))$ ثم فسر النتيجة بيانيا.
 (ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنين (C_f) و (Γ)
 (ج) ارسم المماس (T) و (Γ) ثم (C_f)
- (5) m وسيط حقيقي، عين قيم m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = \frac{1+e}{2}x - m$ حلين متميزين.
 (6) نقبل انه من اجل كل x من المجال $]1; +\infty[$: $\ln x < x + 1$
 (ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]1; +\infty[$: $\ln 2 < f(x) < e + \ln(x+1)$
 (ب) تحقق انه من اجل كل x من المجال $]1; +\infty[$ الدالة $x \mapsto (x+1)\ln(x+1) - x$ هي دالة اصلية
 للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$
 (ج) S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما :
 $x = e^2 - 1$ $x = e - 1$
 - باستخدام جواب السؤال (6-أ)، بين ان : $(e^2 - e)\ln 2 < S < e^3$

التمرين رقم 37:

تقني رياضي - 2018 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

- (I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; 1[$ بـ : $g(x) = 2 - x + \ln x$
- (1) (ا) ادرس اتجاه تغير الدالة على المجال $]0; 1[$
 (ب) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.15 < \alpha < 0.16$
- (2) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على المجال $]0; 1[$
- (II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1-2x+\ln x}{x-1}$
 وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ (يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = \frac{1-2x}{x-1} + \frac{\ln x}{x-1}$) ، ثم فسر النتيجة بيانيا.
- (2) (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{(x-1)^2}$
 (ب) بين ان f متزايدة تماما على $\left]1; \frac{1}{\alpha}\right]$ ومتناقصة تماما على $\left[\frac{1}{\alpha}; +\infty\right[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها
- (3) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و المستقيم (Δ) ذي معادلة $y = -2$
- (4) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f) (يعطى $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) \approx -1.8$)
- (5) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|f(x)| = m$ حلين متميزين.

التمرين رقم 38:

🏠 تقني رياضي - 2017 - الدورة الاستثنائية، دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

(I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي: $g(x) = -\frac{1}{2} + \frac{2 - \ln x}{x^2}$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.71 < \alpha < 1.72$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 + \frac{-1 + \ln x}{x}$.

(Cf) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1 \text{ cm}$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) (ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

(3) نقبل ان $f(\alpha) \approx 0.87$ و $f(\beta) = 0$ و $f(\gamma) = 0$ حيث $0.76 < \beta < 0.78$ و $4.19 < \gamma < 4.22$

- انشئ في المعلم السابق المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)

(4) ليكن λ عدد حقيقي حيث $1 < \lambda \leq e$ ، نرمز بـ $A(\lambda)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم

(Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهم: $x = \lambda$ و $x = 1$

(ا) احسب $A(\lambda)$ بدلالة λ

(ب) عين قيمة λ حيث $A(\lambda) = \frac{1}{2} \text{ cm}^2$

التمرين رقم 39:

🏠 تقني رياضي - 2017 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على D_f حيث $D_f =]-\infty; 1[\cup]2; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = -2x + 3 + 2 \ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (ا) احسب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ثم فسر النتيجةين بيانيا.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) بين انه من اجل x من D_f ، $f'(x) = -2 - \frac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) (ا) تحقق ان: من اجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $D_f \in (3-x)$ و $f(3-x) + f(x) = 0$

(ب) استنتج ان (C_f) يقبل مركز تناظر يطلب تعيين احداثيه.

(4) اثبت ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0.45; 0.46[$ ثم استنتج انها تقبل حلا اخر β يطلب تعيين



حصر له.

(5) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = -2x + 3$ مقارب مائل لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

(6) ارسم (Δ) و (C_f)

(7) بين ان الدالة : $h : x \mapsto (x-1)\ln(x-1) - (x-2)\ln(x-2)$ اصلية للدالة $\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ على $]2; +\infty[$.
ثم احسب بدلالة β مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :
 $x = 3$ و $x = \beta$ ، $y = -2x + 3$

التمرين رقم 40:

✍ تقني رياضي - 2016 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

(I) الدالة العددية المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln(x+1)$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $] -1; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) (ا) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.4 < \alpha < 0.5$

(ب) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $] -1; +\infty[$

(II) الدالة العددية المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = 1 + (x-1)\ln(x+1)$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) (ا) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $] -1; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

(ب) بين ان : $f(a) = -\alpha + 4 - \frac{4}{\alpha+1}$ ثم اعط حصر ل $f(a)$. (تدور النتائج الى 10^{-2})

(3) ليكن a عدد حقيقي من المجال $] -1; +\infty[$ ، نسمي (T_a) مماس المنحنى (C) الممثل للدالة f في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ عند النقطة ذات الفاصلة a .

نضع من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $] -1; +\infty[$: $h(x) = f(x) - [f'(a)(x-a) + f(a)]$

(ا) تحقق انه من اجل كل x من $] -1; +\infty[$: $h'(x) = f'(x) - f'(a)$

(ب) باستعمال اتجاه تغير الدالة g ، عين اشارة $h'(x)$ حسب قيم x و استنتج اتجاه تغير h على $] -1; +\infty[$

(ج) حدد الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (T_a)

(4) (ا) بين انه يوجد مماسان (T_a) يشملان النقطة $A(1;0)$ يطلب تعيين معادلتهم

(ب) ارسم المماسين و المنحنى (C)

(5) نعتبر الدالة H المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ ب : $H(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 2x - 3)\ln(x+1) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x$

(ا) بين ان الدالة H دالة اصلية للدالة $x \mapsto (x-1)\ln(x+1)$ على المجال $] -1; +\infty[$

(ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها : $x = 1$ ، $x = 2$ ، $y = 0$

التمرين رقم 41:

© | تقي رياضي - 2016 - دورة جوان، الموضوع الثاني (06.5 نقطة)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x - x \ln x$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

⊙

(2) بين ان المعادلة $g(x) = -1$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $3.5 < \alpha < 3.6$

⊙

(3) استنتج اشارة العبارة $g(x) + 1$ على المجال $]0; +\infty[$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln x}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 4cm$

(1) بين ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x = 0$ و $y = 0$

(2) ا) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f'(x) = \frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$

(ب) بين ان الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0; \alpha[$ ومتناقصة $]\alpha; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(ج) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

⊙

(د) احسب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ، فسر النتيجة هندسيا

(3) بين ان: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$

(ا) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج الى 10^{-2})

(ب) ارسم (C_f)

(4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما x و m وسيط حقيقي:

$$x^2 + x - 2m(x+1) = \ln(x^2) \dots (E)$$

(ا) تحقق ان المعادلة (E) يؤول حلها الى حل المعادلة: $f(x) = \frac{1}{2}x - m$

(ب) عين بيانيا قيم m التي من اجلها تقبل المعادلة (E) حلين متميزين

(5) h هي الدالة المعرفة على \mathbb{R}^* كمايلي: $h(x) = \frac{\ln|x|}{-|x|-1}$ و (C_h) منحنها البياني في المستوي

(ا) بين ان الدالة h زوجية

(ب) ارسم في نفس المعلم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f)

التمرين رقم 42:

🏠 تقي رياضي - 2015 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07.5 نقطة)

(I) h الدالة المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ بمايلي: $h(x) = (x+2)^2 + 2 - 2\ln(x+2)$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -2^+} h(x)$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) استنتج انه من اجل كل x من $]-2; +\infty[$ ، $h(x) > 0$

(II) الدالة المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ بمايلي : $f(x) = x + 1 + \frac{2}{x+2} \ln(x+2)$:
 المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 1cm)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) (ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]-2; +\infty[$: $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+2)^2}$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-2; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

(4) (ا) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين احداثيها

(ب) ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f)

(ج) احسب بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها :

$$x = 1 \text{ و } x = -1, y = 0$$

(III) الدالة المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ ب : $g(x) = |x+1| + \frac{2}{x+2} |\ln(x+2)|$

(ا) احسب $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x+1}$ و $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x+1}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة الى g ؟

(ب) اعط تفسيراً لهذه النتيجة.

(ج) انطلاقاً من المنحنى (C_f) ارسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g في نفس المعلم السابق.

التمرين رقم 43:

📌 تقني رياضي - 2014 - دورة جوان، الموضوع الأول (06 نقاط)

المتسوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

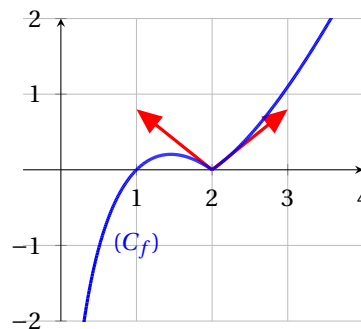
(I) الدالة المعرفة على المجال $]0; 3[$ ب : $g(x) = x \ln x + x$

(1) ادرس تغيرات الدالة g

(2) (ا) بين ان المعادلة $g(x) = 2$ تقبل حلاً وحيداً α في $]0; 3[$ ثم تحقق ان $1.45 < \alpha < 1.46$

(ب) استنتج إشارة $g(x) - 2$

(II) التمثيل البياني المقابل (C_f) هو الدالة f المعرفة على المجال $]0; 3[$ ب : $f(x) = |x-2| \ln x$



(ا) باستعمال (C_f) ضع تخميناً حول قابلية اشتقاق الدالة f عند 2

(ب) اثبت ان صحة تخمينك

(ج) ادرس تغيرات الدالة f

$$\text{III} \quad h \text{ الدالة المعرفة على } \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \text{ كمايلي : } h(x) = (2 - \cos x) \ln(\cos x)$$

(ا) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = \frac{\pi}{2}$ مقارب للمنحنى (C_h) ; حيث (C_h) هو التمثيل البياني للدالة h

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة، ثم شكل جدول تغيراتها وارسم (Δ) و (C_h)

التمرين رقم 44:

✍ تقني رياضي - 2013 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

(I) الدالة g معرفة على المجال $] -1; +\infty[$ بالعبارة: $g(x) = (x+1)^2 - 2 + \ln(x+1)$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $] -1; +\infty[$

(2) بين المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0.31 < \alpha < 0.32$ وان: $\ln(\alpha+1) = 2 - (\alpha+1)^2$

(3) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$

(II) الدالة f معرفة على المجال $] -1; +\infty[$ بالعبارة: $f(x) = (x+1)^2 + (2 - \ln(x+1))^2$

(C_f) منحنى f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(2) اثبت انه، من اجل كل x من $] -1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{2g(x)}{x+1}$

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) بين ان: $f(\alpha) = (\alpha+1)^2(1 + (\alpha+1)^2)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

(5) مثل المنحنى (C_f) على المجال $] -1; 2]$

(III) المنحنى الممثل للدالة h المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ بالعبارة: $h(x) = \ln(x+1)$.

A النقطة ذات الاحداثيتين $(-1; 2)$ و M نقطة من (Γ) فاصلتها x

(1) اثبت ان المسافة AM تعطى بالعبارة $AM = \sqrt{f(x)}$

(2) الدالة k معرفة على المجال $] -1; +\infty[$ بالعبارة: $k(x) = \sqrt{f(x)}$

(ا) بين ان للدالتين k و f نفس اتجاه التغير على المجال $] -1; +\infty[$

(ب) عين احداثيتي النقطة B من (Γ) ، بحيث تكون المسافة AM اصغر ما يمكن

(ج) بين ان: $AB = (\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2 + 1}$

التمرين رقم 45:

تقني رياضي - 2012 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(I) g هي الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = x^2 + a + b \ln(x)$ حيث a و b عدنان حقيقيان.

(II) (1) عين a و b علما ان التمثيل البياني للدالة g يقبل في النقطة $A(1; -1)$ مماسا معامل توجيهه 4

(2) نضع $a = -2$ و $b = 2$

(ا) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(ب) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0; +\infty[$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$

(III) f هي الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$: $f(x) = x - 2 - \frac{2 \ln(x)}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

(1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(ب) احسب $f'(x)$ ، ثم تحقق ان : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(ج) استنتج اشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(2) (ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = x - 2$ مقارب لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

(ب) بين ان (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، ثم جد معادلة له.

(ج) ناخذ $\alpha = 1.25$. بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث : $0.6 < x_1 < 0.7$ و $2.7 < x_2 < 2.8$ ، ثم

ارسم كلا من (Δ) ، (T) و (C_f)

(3) نقاش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $(m+2)x + 2 \ln(x) = 0$

التمرين رقم 46:

تقني رياضي - 2011 - دورة جوان، الموضوع الأول (06 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = \frac{a + b \ln 2x}{4x^2}$ حيث a و b عدنان حقيقيان و (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. عين a و b بحيث المماس في النقطة $A\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ للمنحنى (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل.

2. g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = \frac{1 + 2 \ln 2x}{4x^2}$ و (C_g) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم السابق.

(ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ ، فسر النتيجةين هندسيا.

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(ج) حل في $]0; +\infty[$ المعادلة $g(x) = 0$

(د) انشئ (C_g)

3. (ا) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $h(x) = \frac{1 + \ln(2x)}{2x}$. احسب $h'(x)$

(ب) تحقق ان : $g(x) = \frac{1}{4x^2} + \frac{\ln 2x}{2x^2}$ ثم استنتج دالة اصليية للدالة g على المجال $]0; +\infty[$.

التمرين رقم 47:

تقني رياضي - 2009 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

1. g دالة معرفة على $[1; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = 2x + \ln x$

(أ) احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x الى $+\infty$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g

(ج) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1; +\infty[$ فان $g(x) \neq 0$

2. لتكن f دالة معرفة على $[1; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = \frac{6 \ln x}{2x + \ln x}$

(أ) بين انه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = \frac{6 \frac{\ln x}{x}}{2 + \frac{\ln x}{x}}$ من اجل $x \in [1; +\infty[$

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

(ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f

(د) شكل جدول تغيرات f ، ماهي قيم العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x) = k$ حلين متميزين؟

(هـ) جد معادلة للمماس (Δ_1) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 حيث (C_f) برمز الى التمثيل البياني للدالة

f في المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

3. نعتبر الدالة h المعرفة على $[1; +\infty[$ بالعبارة : $h(x) = f(e^x)$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

(أ) شكل جدول تغيرات الدالة h

(ب) جد معادلة للمماس (Δ_2) للمنحنى (C_h) عند النقطة التي فاصلتها 1

(ج) ارسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) ، (C_f) و (C_h) في نفس المعلم السابق

3

شعبة رياضيات

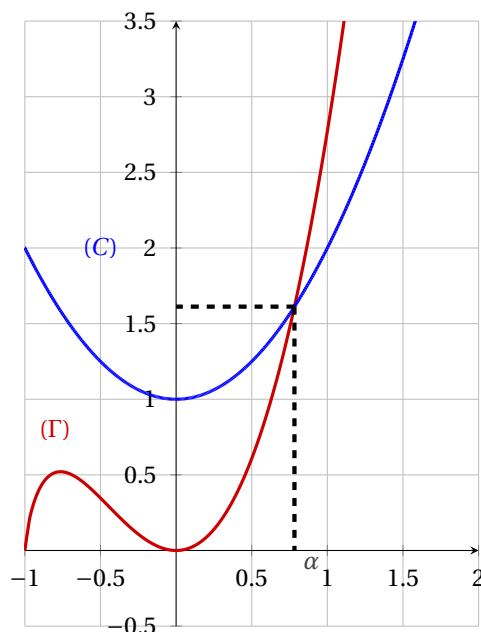
التمرين رقم 48:

رياضيات - 2021 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(1) المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس.

في الشكل المقابل (C) و (Γ) هما على الترتيب التمثيلان البيانيان للدالتين المعرفتين على المجال $] -1; +\infty[$

ب: $x \mapsto 1 + x^2$ و $x \mapsto 2x(1+x)\ln(x+1)$



(C) و (Γ) يتقاطعان في نقطة وجيدة فاصلتها α تحقق : $0.78 < \alpha < 0.79$

الدالة العددية g معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $g(x) = 1 + x^2 - 2x(1+x)\ln(x+1)$

(1) بقراءة بيانية، حدد حسب قيم x من المجال $]-1; +\infty[$ وضعية (C) بالنسبة إلى (Γ)

(2) استنتج حسب قيم x من المجال $]-1; +\infty[$ إشارة $g(x)$

(II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{1+x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة : 2cm)

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ و بين ان : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

(ب) فسر النهايتين هندسيا.

(2) (1) بين انه من اجل كل x من المجال $]-1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)(1+x^2)^2}$

(2) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(3) بين ان : $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

(4) اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند المبدأ O

(3) ارسم (T) و (C_f) (ناخذ : $f(\alpha) \approx 0.36$)

(4) الدالة العددية h معرفة على \mathbb{R} بـ : $h(x) = \frac{\ln(1+|x|)}{1+x^2}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

(1) بين ان الدالة h زوجية

(2) بين ان الدالة h غير قابلة للاشتقاق عند الصفر ثم فسر ذلك بيانيا.

(3) اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه.

التمرين رقم 49:

رياضيات - 2020 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(I) الدالتان العدديتان g و h معرفتان على المجال $]-\infty; 0]$ كمايلي : $g(x) = -2e^x$ و $h(x) = x(e^x + 1)$.

حدد إشارة كل من $g(x)$ و $h(x)$ على المجال $]-\infty; 0]$

(II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]-\infty; 0]$ بـ : $f(x) = (x-3)e^x + \frac{1}{2}x^2$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) بين انه من اجل كل x من المجال $]-\infty; 0]$: $f'(x) = h(x) + g(x)$

استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; 0]$

(با) احسب $f(0)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(ج) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty; 0]$ ثم تحقق ان : $-1.5 < \alpha < -1.4$

(د) (P) هو التمثيل البياني للدالة : $x \mapsto \frac{1}{2}x^2$ على المجال $]-\infty; 0]$

(ا) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[f(x) - \frac{1}{2}x^2 \right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا

(ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنين (P) و (C_f)

(ج) انشئ (P) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; 0]$

(هـ) ليكن m وسيطا حقيقيا، ناقش و حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $|f(x)| = e^m$ في $]-\infty; 0]$

التمرين رقم 50:

رياضيات - 2019 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ :

$$\begin{cases} f(x) = x - x^2 \ln x; & x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. الوحدة $3cm$

1. برهن ان :

• اذا كان $x > 1$: فان $1 - x - 2x \ln x < 0$

• اذا كان $0 < x < 1$: فان $1 - x - 2x \ln x > 0$

2. (ا) اثبت ان الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0 من اليمين ثم اكتب معادلة لنصف المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند مبدأ المعلم.

(ب) ادرس الوضع النسبي لـ (Δ) و (C_f)

3. (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4. (ا) اكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) الموازي لـ (Δ)

(ب) اثبت ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $[1; +\infty[$ حلا وحيدا α ثم تحقق ان : $1.76 < \alpha < 1.77$

(ج) اكتب معادلة للمستقيم (d) الذي يوازي (Δ) ويشمل النقطة ذات الاحداثيين $(\alpha; 0)$.

- ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (d) ثم المنحنى (C_f) على المجال $[0; \alpha]$

5. m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $x^2 \ln x + m = 0$ في المجال $[0; \alpha]$

6. λ عدد حقيقي حيث : $0 < \lambda < 1$ ، نعتبر : $A(\lambda) = \int_{\lambda}^1 -x^2 \ln x dx$

(ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $A(\lambda)$ بدلالة λ

(ب) احسب $\lim_{\lambda \rightarrow 0} A(\lambda)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

التمرين رقم 51:

رياضيات - 2018 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $[0; 1[\cup]1; +\infty[$ بـ :

$$\begin{cases} f(x) = x + 1 - \frac{1}{\ln x}; & x \in \mathbb{R}_+^* - \{1\} \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

(يرمز بـ \ln الى اللوغاريتم النيبيري).

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) (ا) بين ان f مستمرة عند 0 بقيم اكبر.

(ب) احسب $\lim_{h \geq 0} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) (ا) احسب $\lim_{x \geq 1} f(x)$ و $\lim_{x \leq 1} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(3) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

(4) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة w فاصلتها α حيث $1.49 < \alpha < 1.5$
ثم بين ان معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة w تكتب على الشكل $y = \left(\alpha + 3 + \frac{1}{\alpha}\right)(x - \alpha)$

(5) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

(6) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ واستنتج اشارة $h(x)$ على المجال $]1; +\infty[$ ب: $h(x) = 1 - x + x \ln x$

(ا) بين ان الدالة h متزايدة تماما على المجال $]1; +\infty[$ واستنتج اشارة $h(x)$ على المجال $]1; +\infty[$

(ب) بين انه من اجل كل $x > 1$: $f(x) - x + \frac{1}{x \ln x} = \frac{h(x)}{x \ln x}$

(ج) واستنتج انه من اجل $x > 1$: $x - \frac{1}{x \ln x} < f(x) < x + 1$

(7) A مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهم:

$x = e$ و $x = \alpha$. e هو اساس اللوغاريتم النيبيري

- بين ان $\frac{1}{2}(e^2 - \alpha^2) - \ln(\alpha + 1) < A < \frac{1}{e}(e - \alpha)(e + \alpha + 2)$

التمرين رقم 52:

رياضيات - 2017 - دورة جوان، الدورة الاستثنائية، الموضوع الاول (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = x + 2 - \ln x$

ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم استنتج اشارة $g(x)$

(II) لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R}^* كمايلي : $f(x) = \frac{1}{2} \left(-x + e - \frac{\ln(x^2)}{x} \right)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$

(1) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $f'(x) = \frac{-g(x^2)}{2x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

(2) (ا) احسب من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(-x) + f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

(ب) احسب $\lim_{x \geq 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \leq 0} f(x)$

(ج) شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + \frac{e}{2}$ مقارب لـ (C_f) ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

(4) (ا) اثبت انه يوجد مماسان للمنحنى (C_f) معامل توجيه كل منهما يساوي $\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم جد معادلة لكل منهما.

(ب) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث :

$$-0.5 < \beta < -0.4 \text{ و } 2 < \alpha < 2.1$$

(5) ارسم المماسين و المستقيم (Δ) ثم المنحنى (C_f)

(6) باستعمال المنحنى (C_f) ، عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $x(e - 2m) = \ln(x^2)$ حلا وحيدا.

(7) نرسم بـ $A(\alpha)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x = \alpha$ ، $x = 1$ و

$$x + 2y = e$$

$$A(\alpha) = \frac{1}{2} (\ln \alpha)^2 \text{ cm}^2 : \text{تحقق ان}$$

التمرين رقم 53:

رياضيات - 2017 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = \frac{1}{x} - \ln x$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

(2) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1.76; 1.77[$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x+1}{x-\ln x}; & x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) اثبت ان الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين،

ثم احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة بيانيا.

(2) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-\ln x)^2}$ ،

(3) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسر ذلك بيانيا ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(4) لتكن الدالة h المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = x - \ln x$

(I) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $h(x) > 0$ ، و استنتج وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم

$y = 1$ (المعادلة Δ)

(ب) ارسم (C_f) . (ناخذ $f(a) \approx 2.31$)

(5) لتكن الدالة F المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $F(x) = \int_1^x f(t) dt$

- بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$ ، $\frac{1}{x} + 1 \leq f(x) \leq f(x)$ ،

- اعط تفسيراً هندسياً للعدد $F(e)$ ثم استنتج حصراً له.

التمرين رقم 54:

رياضيات - 2016 - دورة جوان، الموضوع الأول (06.5 نقطة)

(I) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 1 + x^2 + 2 \ln x$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

(2) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $]0.52; 0.53[$ حلا وحيدا α

(3) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = -x + \frac{3+2 \ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(2) (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

(ج) تحقق ان: $f(\alpha) = 2\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right)$ ثم عين حصرا له.

(3) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى مستقيمه المقارب المائل (Δ)

(ج) بين ان (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة ديكرتية له.

(4) نقبل ان (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما x_0 و x_1 حيث:

$$0.22 < x_0 < 0.23 \text{ و } 2.11 < x_1 < 2.13$$

انشئ (T) ، (Δ) و (C_f) .

(5) m وسيط حقيقي. ناقش بيانها وحسب قيم m ، عدد حلول المعادلة: $3 + 2\ln x - mx = 0$

(III) من اجل كل عدد طبيعي n نضع: $u_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} [f(x) + x] dx$

(ا) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$

(ب) اعط تفسيرا هندسيا للعدد u_0

(ج) احسب u_n بدلالة n .

(د) نضع: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$. احسب S_n بدلالة n

التمرين رقم 55:

رياضيات - 2015 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

f الدالة المعرفة ب: $f(0) = 1$ ، و من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f(x) = 1 - x^2 \ln x$ ، (C_f) منحنى الدالة f الممثل في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (ا) ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليمين

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - 1}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (ا) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0; +\infty[$

(ب) تحقق ان $1.531 < \alpha < 1.532$

(4) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} ب: $g(x) = f(|x|)$.

(C_g) المنحنى الممثل للدالة g في نفس المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(ا) ادرس شفعية الدالة g

(ب) انشئ المنحنى (C_g) على المجال $[-2; 2]$

(5) باستعمال الكاملة بالتجزئة، عين الدالة الاصلية للدالة $x \mapsto x^2 \ln x$ المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ و التي تنعدم من اجل القيمة 1

$$(6) \quad t \text{ عدد حقيقي ينتهي الى المجال }]0; \alpha]. \text{ نضع } F(t) = \int_1^\alpha f(x) dx$$

(ا) اكتب العبارة $F(t)$ بدلالة t و α

$$(ب) \text{ بين انه من اجل كل عدد حقيقي } t \text{ من المجال }]0; \alpha], \quad F(t) = \frac{-3t f(t) - t^3 - 6t + \alpha^3 + 6\alpha}{9}$$

$$(ج) \text{ احسب } \lim_{t \rightarrow 0^+} F(t)$$

(7) m عدد حقيقي ينتهي الى المجال $]0; \alpha]$.

$\delta(m)$ مساحة الدائرة ذات المركز المبدأ O و نصف القطر m .

نفرض ان مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_g) ، حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهم على

$$\text{الترتيب : } x = -\alpha \text{ و } x = \alpha \text{ ، هي : } A : A = \frac{2}{9}(\alpha^3 + 6\alpha) \text{ حيث : } ua \text{ (وحدة المساحات)}$$

(ا) عين القيمة المضبوطة للعدد m حتى يكون $\delta(m) = 2A$

(ب) علما ان $3.142 < \pi < 3.140$ اعط حصرا للعدد m

التمرين رقم 56:

رياضيات - 2014 - دورة جوان، الموضوع الثاني (05.5 نقطة)

$$(1) \quad f \text{ الدالة العددية المعرفة على المجال }]0; +\infty[\text{ بـ : } f(x) = (1 + 2 \ln x)(-1 + \ln x)$$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(ا) ادرس تغيرات الدالة f

(ب) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة e (حيث e اساس اللوغاريتم النيبيري)

(ج) عين فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم ارسم (C_f) على المجال $]0; e^2]$

$$(2) \quad g \text{ الدالة العددية المعرفة على المجال }]0; +\infty[\text{ بـ : } g(x) = 1 - \ln x$$

(C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

(ا) ادرس تغيرات الدالة g

(ب) عين الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) ثم ارسم (C_g) على المجال $]0; e^2]$

$$(3) \quad \text{نعتبر الدالة العددية } h \text{ المعرفة على المجال }]0; +\infty[\text{ بـ : } h(x) = x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x$$

(ا) احسب $h'(x)$ و استنتج دالة اصلية للدالة $h(x) = x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x$ على $]0; +\infty[$

$$(ب) \text{ احسب العدد : } \int_{\frac{1}{e}}^e [f(x) - g(x)] dx$$

التمرين رقم 57:

رياضيات - 2012 - دورة جوان، الموضوع الثاني (08 نقاط)

$$(1) \text{ هي الدالة المعرفة على المجال }]-1;3[\text{ كمايلي : } g(x) = 2\ln(x+1) - \frac{x}{x+1}$$

(1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين ان المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلين احدهما معدوم و الاخر α يحقق : $-0.8 < \alpha < -0.7$

(3) عين ، حسب قيم اشارة $g(x)$

$$(4) \text{ هي الدالة المعرفة على المجال }]-1;3[\text{ ب: } h(x) = [g(x)]^2$$

(ا) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$

(ب) عين اشارة $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h

$$(5) \text{ هي الدالة المعرفة على المجال }]-1;3[\text{ كمايلي : } \begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{\ln(x+1)}; & x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم و المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) بين ان الدالة f تقبل الاشتقاق عند الصفر ، ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

(2) (ا) بين انه من اجل كل x من $] -1; 0[\cup] 0; 3[$ ، $f'(x) = \frac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

(ب) بين ان : $f(\alpha) = 2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$

(ج) احسب $f(3)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) (ا) بين انه من اجل كل x من المجال $] -1; 3[$ فان : $x - \ln(x+1) \geq 0$

(ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المماس (T)

(4) عين معادلة للمستقيم (T') الموازي للمماس (T) و الذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3.

(5) ارسم (T) ، (T') و (C_f)

(6) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

التمرين رقم 58:

رياضيات - 2011 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

$$(1) \text{ هي الدالة العددية المعرفة على المجال }]0; +\infty[\text{ ب: } g(x) = x^2 + \ln x^2 - 1$$

(ا) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(ب) احسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ في المجال $]0; +\infty[$

$$(2) \text{ هي الدالة العددية المعرفة على المجال }]0; +\infty[\text{ كمايلي : } f(x) = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \ln x$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(ا) بين ان f قابلة للاشتقاق على المجال $]0; +\infty[$ و ان : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(ب) (δ) المنحنى الممثل للدالة $x \mapsto \ln x$ على المجال $]0; +\infty[$

- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (δ) ثم جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} \ln x$ ، ماذا تستنتج؟

- ارسم (δ) و (C_f)

(3) (ا) عدد حقيقي من المجال $]1; +\infty[$ ، باستعمال المكاملة بالتجزئة جد $\int_1^x \frac{1}{t^2} \ln t dt$

- تحقق ان : $x \mapsto x \ln x - x$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على المجال $]1; +\infty[$

- استنتج دالة اصلية للدالة f على المجال $]1; +\infty[$

(ب) α عدد حقيقي اكبر تماما من 1.

احسب بدلالة α المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (δ) و المستقيمين اللذين معادلتهم:

$$\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha) \quad , \quad x = \alpha \text{ و } x = 1$$

التمرين رقم 59:

رياضيات - 2010 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = x - 1 - 2 \ln x$ و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول هي $4cm$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

(2) (ا) بين ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

(ب) ادرس تغيرات الدالة g

(ج) احسب $g(1)$

(د) برهن ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين مختلفين احدهما α حيث : $3.5 < \alpha < 3.6$

(هـ) استنتج اشارة $g(x)$ ثم اشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$

(3) f الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = -x^2 + x + x^2 \ln x; & x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(ا) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة هندسيا.

(ب) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

(ج) بين انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$ فان : $f'(x) = xg\left(\frac{1}{x}\right)$ ، و استنتج اتجاه تغير الدالة f .

(د) شكل جدول تغيرات الدالة f ، بين ان : $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{\alpha-1}{2\alpha^2}$ و استنتج حصرا للعدد $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$

(4) ارسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f على المجال $]0; 3[$

القسم IV

مواضيع بكالوريات أجنبية

التمرين رقم 60:

🏠 بكالوريا المغرب - 2019 -

الجزء الاول :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x + \frac{1}{2} - \ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$ و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة $1cm$)

1. احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2. (ا) تحقق انه من اجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $f(x) = x + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \ln x - 1\right) \ln x$ ، استنتج ان : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(ب) بين ان المنحنى (C) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y = x$ بجوار $+\infty$

3. (ا) بين ان من اجل كل x من $]0; 1[$: $(x-1) + \ln x \leq 0$ وان من اجل كل x من $]1; +\infty[$: $(x-1) + \ln x \geq 0$

(ب) بين ان لكل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{x-1+\ln x}{x}$

(ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4. (ا) بين ان من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $f''(x) = \frac{2-\ln x}{x^2}$

(ب) استنتج ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب ايجاد احداثياتها.

5. (ا) بين ان منا جل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f(x) - x = \frac{1}{2}(\ln x - 1)^2$ ، استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ)

(ب) انثني (Δ) و (C) في نفس المعلم السابق.

6. (ا) بين ان الدالة $H : x \ln x - x$ هي دالة اصلية للدالة $h : x \mapsto \ln x$ على المجال $]0; +\infty[$

(ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان : $\int_1^e (\ln x - 1)^2 dx = e - 2$

(ج) احسب ب cm^2 مساحة الحيز المستوي المحصور بين (C) و (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = e$ و $x = 1$

الجزء الثاني :

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كمايلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من \mathbb{N}

1. (ا) برهن بالتراجع ان من اجل كل $n \in \mathbb{N}$: $1 \leq u_n \leq e$

(ب) بين ان المتتالية u_n متزايدة

(ج) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة

2. احسب نهاية المتتالية (u_n)

التمرين رقم 61:

🏠 بكالوريا المغرب - 2015 -

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث : $f(x) = \frac{1}{x(1-\ln x)}$ وليكن (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

(ا) 1 بين ان مجموعة تعريف الدالة f هي $]0; e[\cup]e; +\infty[$

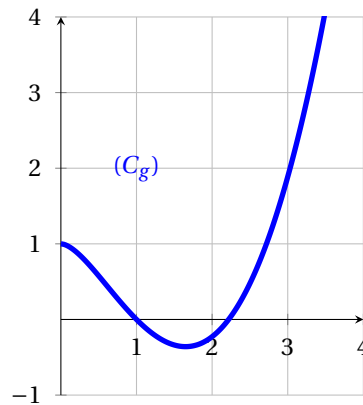
- (2) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow e^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow e^-} f(x)$ ثم فسّر النتيجة المحصل عليها بيانياً.
 (ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيماً مقارب بجوار $+\infty$ يطلب تحديده
 (ج) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسّر النتيجة المحصل عليها بيانياً. (لاحظ : $x(1 - \ln x) = x - x \ln x$)

$$(3) (أ) \text{ بين أنه من أجل كل } x \text{ من } D_f : f'(x) = \frac{\ln x}{x^2(1 - \ln x)^2}$$

(ب) بين أن الدالة f متناقصة على المجال $]0; 1[$ و متزايدة على كلا من المجالين $]1; e[$ و $]e; +\infty[$

(ج) شكل جدول تغيرات الدالة f على D_f

- (II) لتكن الدالة g و المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = 1 - x^2(1 - \ln x)$ و (C_g) المنحنى الممثل للدالة g في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (انظر الشكل)



- (1) (أ) حدد بيانياً عدد حلول المعادلة $g(x) = 0$

(ب) نعطي جدول القيم التالية:

x	2.1	2.2	2.3	2.4
$g(x)$	-0.14	-0.02	0.12	0.28

بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً α بحيث $2.2 < \alpha < 2.3$

- (2) (أ) تحقق من أنه من أجل كل x من D_f : $f(x) - x = \frac{g(x)}{x(1 - \ln x)}$
 (ب) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ يقطع المنحنى (C_f) في نقطتين فاصلتهما 1 و α
 (ج) حدد إشارة $g(x)$ انطلاقاً من المنحنى (C_g) على المجال $]1; \alpha[$
 بين أن $f(x) - x \leq 0$ من أجل كل x من $]1; \alpha[$
 (د) انشئ في نفس المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)

التمرين رقم 62:

🏠 بكالوريا المغرب - 2014 -

(أ) لتكن الدالة g و المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln x$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

(2) احسب $g(1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

(II) نعتبر الدالة العددية f و المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = (1 + \ln x)^2 + \frac{1}{x^2}$ وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بين ان : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة الاولى بيانيا.

(2) بين انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{2g(x)}{x}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم ضع جدول تغيراتها.

(4) بين انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $(\ln x)^2 + 2\ln x + \frac{1}{x^2} + 1 \geq 0$

(5) احسب $f(2)$ ، $f(3)$ ، $f(4)$ و $f(5)$ ، ثم انشئ المنحنى (C_f) في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(6) لتكن الدالة العددية h و المعرفة على $]-\infty; 2[$ كمايلي : $h(x) = (1 + \ln(2-x))^2 + \frac{1}{(2-x)^2}$ وليكن (C_h) المنحنى الممثل لها في المعلم السابق.

بين انه يمكن استنتاج المنحنى (C_h) من (C_f) ثم انشئه في المعلم السابق.

التمرين رقم 63:

🏠 بكالوريا المغرب - 2003 -

الجزء 1

f الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$

(1) بين ان : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 من اليمين.

(2) ادرس تغيرات الدالة f ، ثم استنتج اشارة $f(x)$

الجزء 2

g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = \ln(x - 2\sqrt{x} + 2)$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x) - \ln x]$ وفسر النتيجة الثانية بيانيا.

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x}$ وفسر النتيجة بيانيا.

(3) ادرس تغيرات الدالة g .

(4) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المنحنى (Γ) الممثل للدالة $x \mapsto \ln x$

(5) انشئ المنحنيين (C) و (Γ)

(6) اشرح كيف يمكن الحصول على المنحنى (C') الممثل للدالة k المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بالعبارة $k(x) = \ln(ex - 2e\sqrt{x} + 2e)$ ، ثم ارسم المنحنى (C') .

التمرين رقم 64:

بكالوريا تونس - 2018 -

في الجزء المرفق الشكل Γ يمثل منحنى الدالة u في مستو منسوب الى معلم م تعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و المعرفة على

$$u(x) = x - 1 - 4 \ln x \quad ; \quad]0; +\infty[$$

Γ يقبل مقارين احدهما حامل محور الترتيب و الاخر مائل (D) ذو المعادلة $y = x$ بجوار $+\infty$

(Γ) يقبل مماسا وحيدا يوازي محور الترتيب عند النقطة ذات الفاصلة 4

(Γ) يقطع المحور $(O; \vec{i})$ في نقطتين فاصلتهما 1 و α على الترتيب.

1. بقراءة بيانية :

$$(a) \text{ احسب كلا من : } u(1), u(\alpha), u'(4), \lim_{x \rightarrow +\infty} u(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{u(x)}{x}, \lim_{x \geq 0} u(x)$$

(ب) عين اشارة كلا من $u(x)$ و $u'(x)$

2. نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{e^{x-1}}{x^4} - (x-1) + 4 \ln x$ وليكن (C) المنحنى البياني الممثل

للدالة f في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

3. تحقق انه من اجل كل $x \in]0; +\infty[$ فان: $f(x) = e^{u(x)} - u(x)$

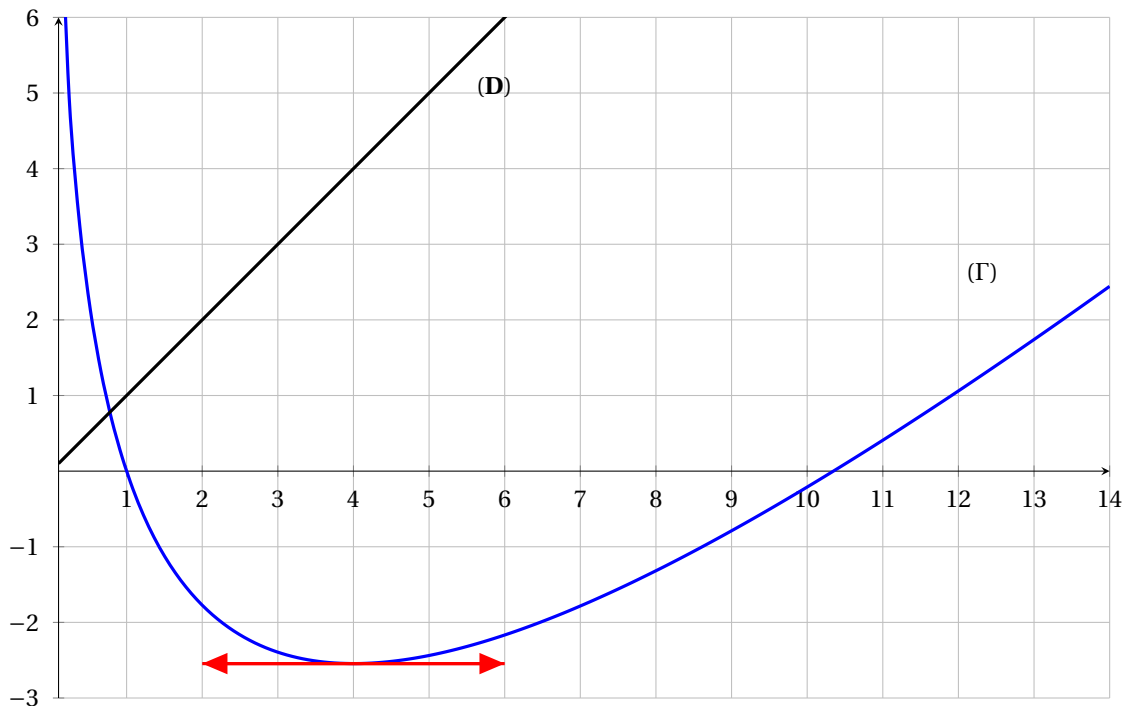
4. بين ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ تحقق انه من اجل كل $x \in]0; +\infty[$ فان: $f'(x) = u'(x) [e^{u(x)-1}]$

5. بين انه يكون: $f'(x) > 0$ اذا فقط اذا ، $x \in]1; 4[\cup]\alpha; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيرات f

6. تحقق انه من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ فان: $e^x - 2x > 0$

7. استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) ; (Γ)

8. ارسم المنحنى (C) في الجزء المرفق على المجال $]0; 15[$



التمرين رقم 65:

🏠 بكالوريا فرنسا - 2015 -
(Amérique du Nord)

1. الدالة العددية g معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = \ln(x) + x - 3$

(أ) بين ان الدالة g متزايدة تماما على $]0; +\infty[$

(ب) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $2 < \alpha < 3$

(ج) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$

2. الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right) [\ln x - 2] + 2$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(أ) بين ان: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

(ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. ليكن (C') التمثيل البياني للدالة $y = \ln x$

(أ) بين انه من اجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $f(x) - \ln x = \frac{2 - \ln x}{x}$

(ب) استنتج ان (C) و (C') يتقاطعان في نقطة وحيدة يطلب تعيين احداثيتها.

4. بين ان الدالة العددية H المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $H(x) = \frac{1}{2} [\ln x]^2$ هي دالة اصليية للدالة h المعرفة على المجال

$h(x) = \frac{\ln x}{x}$: $]0; +\infty[$

5. احسب $I = \int_1^{e^2} \frac{2 - \ln x}{x} dx$. فسر النتيجة هندسيا

التمرين رقم 66:

🏠 بكالوريا فرنسا - 2014 -
(Antilles-Guyane)

لتكن المعادلة (E_1) :

$$e^x - x^n = 0$$

حيث x عدد حقيقي موجب تماما و n عدد طبيعي غير معدوم.

1. بين ان المعادلة (E_1) تكافئ المعادلة (E_2) :

$$\ln(x) - \frac{x}{n} = 0$$

2. من اجل اي قيمة لـ n تكون المعادلة (E_1) تقبل حلين؟

التمرين رقم 67:

🏠 بكالوريا فرنسا - 2010 -

(Pondichéry)

n عدد طبيعي غير معدوم. نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f_n(x) = \ln(1+x^n)$

وليكن $I_n = \int_0^1 \ln(1+x^n) dx$

(C_n) التمثيل البياني للدالة f_n في المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. (ا) احسب نهاية الدالة f_1 عند $+\infty$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f_1 على المجال $[0; +\infty[$

(ج) باستعمال المكاملة بالتجزئة، احسب I_1 ثم فسر النتيجة هندسيا (يمكن استعمال: من اجل كل عدد حقيقي

$$\left(\frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1} : x \in [0; 1[\right)$$

2. (ا) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $0 \leq I_n \leq \ln 2$

(ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (I_n)

(ج) استنتج ان المتتالية (I_n) متقاربة

3. لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $g(x) = \ln(1+x) - x$

(ا) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $[0; +\infty[$.

(ب) استنتج اشارة الدالة g

(ج) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ومن اجل كل عدد حقيقي x : $\ln(1+x^n) \leq x^n$

(د) استنتج نهاية المتتالية (I_n)

التمرين رقم 68:

🏠 بكالوريا فرنسا - 2010 -

(Nouvelle-Calédonie)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ كمايلي: $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(2) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[1; e]$. اوجد حصرا لـ α سعته 10^{-1}

(4) استنتج اشارة $g(x)$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى

المعلم المتعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (ا) بين انه من اجل كل x من المجال $[1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x^2)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $[1; +\infty[$

(ج) اثبت انه من اجل كل عدد حقيق $x \in [1; +\infty[$: $0 \leq f(x) \leq \frac{\ln x}{x^2}$

(د) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

التمرين رقم 69:

بكالوريا فرنسا - 2008 -

(Amérique du Sud)

نعتبر الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ $f(x) = \sqrt{x} - \ln x$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة f .

2. استنتج إشارة الدالة g

3. بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x > 1$: $0 < \frac{\ln x}{x} < \frac{\sqrt{x}}{x}$

4. استنتج ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

ليكن n عدد طبيعي غير معدوم.

نعتبر f_n الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ $f_n(x) = \frac{\ln x}{x^n}$

1. احسب نهاية الدالة f_n عند $+\infty$

التمرين رقم 70:

بكالوريا فرنسا - 2007 -

(Liban)

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(C) و (C') التمثيلان البيانيان للدالتين f و g المعرفتين على $]0; +\infty[$ كما يلي $f(x) = \ln x$ و $g(x) = (\ln x)^2$

1. (ا) ادرس إشارة $(\ln x)(1 - \ln x)$ على المجال $]0; +\infty[$

(ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنين (C) و (C') على المجال $]0; +\infty[$

2. الدالة العددية h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ $h(x) = f(x) - g(x)$

M نقطة من المنحنى (C) ذات الفاصلة x و N نقطة من (C') ذات نفس الفاصلة x .

(ا) اثبت ان المسافة MN تعطى بالعلاقة $MN = h(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة h

(ج) استنتج ان المسافة MN تكون اكبر ما يمكن عند $x = \sqrt{e}$

(د) حل في المجال $]0; +\infty[$ المعادلة $(\ln x)^2 - \ln x = 1$

(هـ) استنتج على المجال $]0; 1[\cup]e; +\infty[$ انه يوجد عددين حقيقيين a و b ($a < b$) بحيث المسافة MN تساوي 1

3. (ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $\int_1^e \ln x dx$

(ب) تحقق ان الدالة G المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ $G(x) = x[(\ln x)^2 - 2\ln x + 2]$ هي دالة اصلية للدالة g المعرفة

على $]0; +\infty[$

(ج) احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنين (C) و (C') و المستقيمت $x = 1$ و $x = e$

القسم ٧

مواضيع بكالوريات تجريبية لمدارس اشبال الامة

4

شعبة علوم تجريبية

التمرين رقم 71:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2020 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

(I) نعتبر g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $g(x) = x^2 - \ln(x)^2$

- (1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها
- (2) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم يكون: $g(x) > 0$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R}^* ب: $f(x) = \frac{2}{x} + x + \frac{\ln(x^2)}{x}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (ا) احسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ب) احسب: $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم فسر النتائج بيانيا.

(2) (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي من \mathbb{R}^* تكون: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(ج) برهن ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب (Δ) ذو المعادلة $y = x$ ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

(3) (ا) تحقق انه من اجل كل x من \mathbb{R}^* ، $x \in \mathbb{R}^*$ و $f(x) + f(-x) = 0$ ، ماذا تستنتج؟ فسر النتيجة بيانيا

(ب) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0.3 < \alpha < 0.4$ ، ثم استنتج انها تقبل حلا اخر β يطلب تعيين حصراه.

(4) (ا) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) يوازنان المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلتيهما.

(ب) انشئ كلا من: (T_1) ، (T_2) ، (Δ) و المنحنى (C_f)

- (5) (ا) نعتبر الدالة k المعرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ بالعلاقة: $h(x) = \left[\frac{\ln(x+1)^2}{x+1} + (x+1) + \frac{2}{x+1} \right]$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- بين انه يوجد تحويل نقطي يحول المنحنى (C_f) الى المنحنى (C_k) . (الانشاء غير مطلوب)

التمرين رقم 72:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2019 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

الجزء الأول: g دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = x^2 + 2 \ln x$

- (1) ادرس تغيرات الدالة g .
- (2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0.75 < \alpha < 0.76$.
- (3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$

نسعي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- (ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = -x + 1$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ) .
- (2) (ا) أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$
- (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
- (3) (ا) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة له.
- (ب) أثبت أن: $f(\alpha) = 1 - 2\alpha + \frac{2}{\alpha}$ واستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.
- (ج) أحسب $f(2)$ و $f(3)$ ثم أرسم المستقيمين (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f) في المعلم السابق.
- (4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $\frac{2}{x}(1 + \ln x) = m$
- (5) λ عدد حقيقي أكبر تماما من 1.

(ا) أحسب $A(\lambda)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمتين التي معادلاتها:

$$y = -x + 1 \text{ و } x = \lambda, x = 1$$

(ب) عين قيمة λ بحيث يكون: $A(\lambda) = \ln \lambda^3$

الجزء الثالث: a عدد حقيقي موجب تماما، f_a دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $f_a(x) = 1 - x + \frac{a}{x}(1 + \ln(x))$

وليكن (C_a) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) أثبت أن جميع المنحنيات (C_a) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثيتها.
- (2) نعتبر النقط $A\left(-2; \frac{4}{a}\right)$ ، $B\left(1; \frac{2 \ln a}{a}\right)$ و $C(-2a; 2a - 2)$ ، ولتكن النقطة G_a مرجح الجملة المنقلة: $\{(A; 1), (B; 2), (C; -1)\}$



(ا) عين بدلالة a احداثي النقطة G_a



(ب) استنتج مجموعة النقط G_a عندما يسمح العدد a المجموعة \mathbb{R}_+^* .

التمرين رقم 73:

🏠 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(I) دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = -x + \ln(x+1)$

(1) ادرس تغيرات الدالة g

(2) استنتج إشارة $g(x)$. ثم بين أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ فإن $0 < \ln(x+1) < x$

(II) دالة عددية معرفة على $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى

معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ فان $f'(x) = \frac{x^2-3}{x^2-1}$ ثم شكل جدول تغيرات على المجال $]1; +\infty[$

(1) برهن ان المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ مقارب للمنحنى (C) ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة الى المستقيم

(D) (لاحظ ان $\frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$ ، $x \in]1; +\infty[$)

(2) ارسم المستقيم (D) ثم انشئ المنحنى (C)

(3) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان: $\int_2^4 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) dx = 5\ln 5 - 6\ln 3$ - استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C) و المستقيمت $y = x$ ، $x = 2$ ، $x = 4$

(III) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N} - \{0; 1\}$ كمايلي: $u_n = f(n) - n$

(1) برهن ان المتتالية (u_n) متناقصة

(2) احسب قيمة المجموع: $S_n = u_2 + u_3 + \dots + u_n$ بدلالة n

(3) برهن انه من أجل كل $n \in \mathbb{N} - \{0; 1\}$ فان $0 < u_n < \frac{2}{n-1}$ ثم عين $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين رقم 74:

🏠 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2016 - دورة ماي، الموضوع الثاني (06 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(0) = 1$ و من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - 2\ln x) + 1$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (الوحدة $2cm$).

الجزء الأول

(I) (1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(II) (1) ادرس قابلية الاشتقاق لـ f عند 0

(2) اثبت ان f قابلة للاشتقاق على المجال $]0; +\infty[$ ثم احسب $f'(x)$ على المجال $]0; +\infty[$ ، استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

(3) اثبت ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0; +\infty[$ ، تحقق ان: $4.6 < \alpha < 4.7$

(4) اكتب معادلة للمستقيم (D) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1

(5) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = f(x) - 2x - \frac{1}{2}$

(I) احسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' ، استنتج إشارة $g'(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

- (ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم استنتج وضعية (C_f) بالنسبة الى (D)
(ج) احسب $f(6)$ ثم انشئ (C_f) و (D)

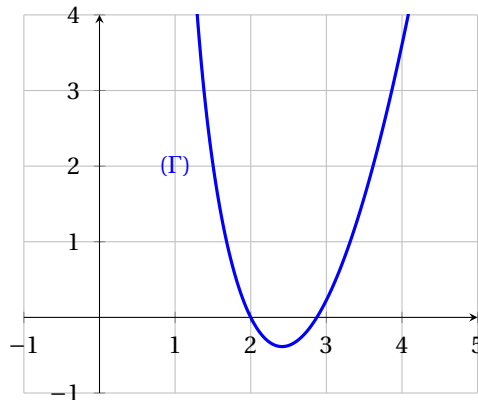
الجزء الثاني

- (1) عدد طبيعي غير معدوم باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^1 x^2 \ln x dx$ بدلالة n
(2) استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$: cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المماس (D) و المستقيمين ذا المعادلتين $x=1$ و $x=\frac{1}{n}$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} A(n)$

التمرين رقم 75:

🏠 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2015 - دورة ماي . الموضوع الأول (07 نقاط)

- (1) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1; +\infty[$ حيث : $g(x) = x^2 - 2x - 4 \ln(x-1)$ (حيث : \ln اللوغاريتم النيبيري)
(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.



- (ا) بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) ، عين عدد حلول المعادلة : $g(x) = 0$
(ب) احسب $g(2)$ ، ثم بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2.87 < \alpha < 2.88$
(ج) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على $]1; +\infty[$

- (2) لتكن الدالة f المعرفة على $]1; +\infty[$ حيث : $f(x) = x - 3 + \frac{4 \ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيا ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

- (2) (ا) بين المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

- (ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

- (3) (ا) بين انه من اجل كل x من $]1; +\infty[$ لدينا : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$

- (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

- (4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) . (نأخذ $\alpha \approx 3.9$)

- (5) لتكن الدالة h المعرفة على $]1; +\infty[$ كمايلي : $h(x) = [\ln(x-1)]^2$

- (ا) احسب $h'(x)$ ، ثم استنتج دالة اصلية للدالة f على المجال $]1; +\infty[$

- (ب) احسب التكامل $\int_2^5 f(x) dx$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

5

شعبة رياضيات

التمرين رقم 76:

🏠 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2021 - دورة جوان. الموضوع الأول (07 نقاط)

(I) نعتبر g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R}^* كمايلي : $g(x) = x^2 - \ln(x^2)$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها

(2) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم x يكون : $g(x) > 0$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R}^* ب: $f(x) = \frac{2}{x} + x + \frac{\ln(x^2)}{x}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (ا) احسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ب) احسب : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ، ثم فسر النتائج بيانيا

(2) (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من \mathbb{R}^* تكون : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

(ج) برهن ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) ذو المعادلة $y = x$ ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

(3) (ا) تحقق انه من اجل كل x من \mathbb{R}^* ، $-x \in \mathbb{R}^*$ و $f(x) + f(-x) = 0$ ، ماذا تستنتج؟ فسر النتيجة بيانيا.

(ب) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.3 < \alpha < 0.4$ ، ثم استنتج انها تقبل حلا اخر β يطلب تعيين حصرا له.

(4) (ا) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) يوازيان المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلتيهما

(ب) انشئ كلا من : (T_1) ، (T_2) ، (Δ) و المنحنى (C_f)

(5) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ بالعلاقة : $h(x) = \left[\frac{\ln(x+1)^2}{x+1} + (x+1) + \frac{2}{x+1} \right]$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- بين انه تحويل نقطي يحول المنحنى (C_f) الى المنحنى (C_h) . (الانشاء غير مطلوب)

(6) (ا) بين ان الدالة F المعرفة على \mathbb{R}^* ب: $F(x) = \left[\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}(\ln x^2)^2 + 2\ln|x| \right]$ هي دالة اصلية لـ f على \mathbb{R}^*

(ب) عين دالة اصلية للدالة f و التي تنعدم من اجل $x = 1$

(ج) نعتبر λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 1$. احسب التكامل : $I = \int_1^\lambda f(x)dx$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

التمرين رقم 77:

🏠 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2020 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $]-1; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = (x+1)^2 - 1 + \ln(x+1)$

(1) ادرس تغيرات g

(2) احسب $g(0)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x من $]-1; +\infty[$

(II) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ ب: $f(x) = x - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(2) بين ان من اجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

- شكل جدول تغيرات f

(3) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه 1 يطلب كتابة معادلة له.

(4) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$ ، ماذا تستنتج بيانيا؟

(5) (Δ) مستقيم معادلته $y = x$. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

(6) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f)

(7) m وسيط حقيقي. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $m(x+1) + \ln(x+1) = 0$

التمرين رقم 78:

🏠 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2019 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

f دالة عددية معرفة على \mathbb{R} ب: $f(x) = \ln(e^x + 2e^{-x})$

و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(3) - بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان : $f(x) = x + \ln(1 + 2e^{-2x})$

- برهن ان المستقيم $y = x$: (D) مقارب مائل لـ (C_f) ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (D)
- (4) اثبت ان المستقيم $y = -x + \ln 2$: (T) مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (T)
- (5) ارسم (T) و (D) ثم المنحنى (C)
- (6) (Δ_m) مستقيم معادلته $y = mx + \frac{\ln 2}{2}(1 - m)$ حيث m وسيط حقيقي.
- (ا) بين ان جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثياتها.
- (ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) = mx + \frac{\ln 2}{2}(1 - m)$
- (7) h دالة عددية معرفة على \mathbb{R} بـ: $h(x) = f(|x|)$
- (ا) برهن ان الدالة h زوجية
- (ب) ادرس قابلية اشتقاق الدالة h عند القيمة $x_0 = 0$
- (ج) اشرح كيفية رسم المنحنى (Γ) الممثل للدالة h انطلاقا من المنحنى (C) ثم ارسم (Γ)

التمرين رقم 79:

بكالوريا تجريبية مدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

- f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بـ: $f(x) = (x+2) - 2\ln|2x+1|$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها
- (2) اثبت ان (C) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه -3 ثم اكتب معادلته
- (3) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) بالنسبة الى المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$
- (4) اثبت ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1.3 < \alpha < -1.2$
- (5) ارسم (T) و (D) ثم انشئ المنحنى (C) (علما ان (C) لا يقبل نقطة انعطاف)
- (6) (ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين دالة اصلية للدالة $h: x \mapsto \ln(2x+1)$ على المجال $\left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ و التي تنعدم من اجل $x = 0$
- (ب) λ عدد حقيقي حيث $-\frac{1}{2} < \lambda \leq \frac{3}{2}$. احسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها $x = \frac{3}{2}$ ، $x = \lambda$ و $y = 0$. ثم احسب $\lim_{\lambda \geq \frac{1}{2}} S(\lambda)$
- (7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) = -3x + m$
- (8) g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بـ: $g(x) = \frac{3}{2} + \left|x + \frac{1}{2}\right| - 2\ln|2x+1|$
- برهن ان المستقيم (K) الذي معادلته $x = -\frac{1}{2}$ محور تناظر للمنحنى (C_g) الممثل للدالة g
- اشرح كيفية انشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C) ثم انشئه.

التمرين رقم 80:

🏠 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

f دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$ و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) ابرهن ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وفسر النتائج بيانيا.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين انه من اجل كل $x \in]0; +\infty[$: $f''(x) = \frac{2[(\ln x)^2 - 3\ln x + 1]}{x^3}$ ثم استنتج ان المنحنى (C) يقبل تقطعي انعطاف يطلب تعيينهما.

(4) $\alpha \in]0; +\infty[$ نقطة من (C) فاصلتها α و (T_α) المماس للمنحنى (C) في A

(ا) بين ان (T_α) يمر بالمبدأ O اذا و فقط اذا كان $f(\alpha) - \alpha f'(\alpha) = 0$

(ب) استنتج وجود مماسين (T_a) و (T_b) يمران بالمبدأ O ثم عين معادلة كل من (T_a) و (T_b)

(5) ارسم المماسين (T_a) ، (T_b) ثم انشئ المنحنى (C) .

(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x) = mx$

(II) من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع: $I_n = \int_1^{e^2} \frac{(\ln x)^n}{x^2} dx$

(1) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان: $I_1 = 1 - \frac{3}{e^2}$

(2) باستعمال المكاملة بالتجزئة برهن ان: $I_{n+1} = \frac{-2^{n+1}}{e^2} + (n+1)I_n$ حيث $n \geq 1$

(3) استنتج القيمة المضبوطة لـ I_2 و فسر النتيجة هندسيا.

التمرين رقم 81:

🏠 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2017 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

لتكن الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بمايلي: $g(x) = \frac{x}{x-1} + \ln|x-1|$

(1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم احسب $g(0)$ و استنتج اشارة $g(x)$.

(2) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f(x) = x \ln|x-1|$ ليكن (C) المنحنى البياني لها في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

ادرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(3) بين ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها ثم اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C) عند هذه النقطة.

(4) ارسم المنحنى (C) و المماس (Δ)

(5) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; 1[$ فان: $\frac{x^2}{x-1} = x+1 + \frac{1}{x-1}$

ثم باستعمال المكاملة بالتجزئة عين على المجال $]0; 1[$ احسب المساحة $S(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و

المستقيمات التي معادلاتها: $x = \lambda$ و $x = 0$ ، $y = 0$ احسب $\lim_{\lambda \rightarrow 1} S(\lambda)$

التمرين رقم 82:

🏠 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2016- دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

من اجل كل عدد حقيقي موجب تماما α نعتبر الدالة f_α المعرفة على $\left] -\frac{1}{\alpha}; +\infty \right[$ بالعلاقة: $f(x) = \ln(\alpha x + 1) - \alpha x$
 (C_α) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

الجزء الاول

(1) ادرس تغيرات الدالة f_α

(2) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما يكون $\ln(\alpha x + 1) < \alpha x$



(3) بين ان جميع المنحنيات (C_α) تتقاطع في نقطة وحيدة يطلب تعيينها.

الجزء الثاني:

ناخذ $\alpha = 1$:

(1) باستعمال السؤال (2) من الجزء الاول، بين انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم β يكون $\ln(1 + \beta) - \ln \beta < \frac{1}{\beta}$

(2) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n يكون: $\ln(1 + n) < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$

(3) استنتج النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right)$

(4) عين احداثي النقطة w التي يكون عندها معامل توجيه المماس للمنحنى (C_1) يساوي 1

(5) عين معادلة مماس المنحنى (C_1) عند النقطة w ثم انشئ (C_1) و المماس.

الجزء الثالث:

لتكن g الدالة المعرفة على \mathbb{R} بالعلاقة: $g(x) = \ln(1 + |x|) - |x|$

(ا) ادرس قابلية اشتقاق الدالة g عند الصفر.

(ب) بين كيف يمكن انشاء التمثيل البياني (C_g) للدالة g اعتمادا على (C_1) ثم انشئ (C_g) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$